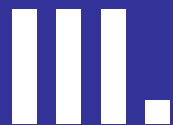


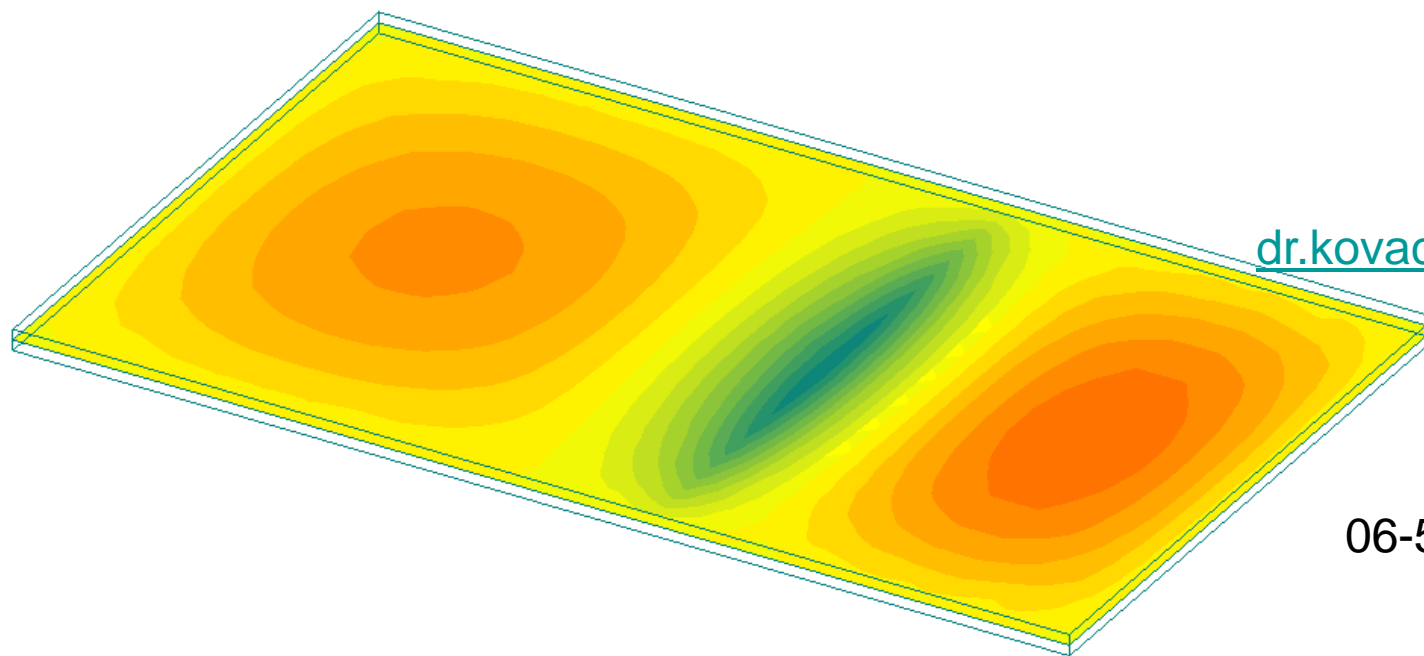
Reinforced Concrete Structures II.



Vasbetonszerkezetek II.

- Marcus-féle tartósáv módszer, VEM, Összetett lemezmezők -

Dr. Kovács Imre PhD
tanszékvezető
főiskolai tanár



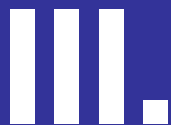
E-mail:
dr.kovacs.imre@gmail.com

Mobil:
06-30-743-68-65

Iroda:
06-52-415-155 / 77764

WEB:
<http://epitotsz.mk.unideb.hu/>

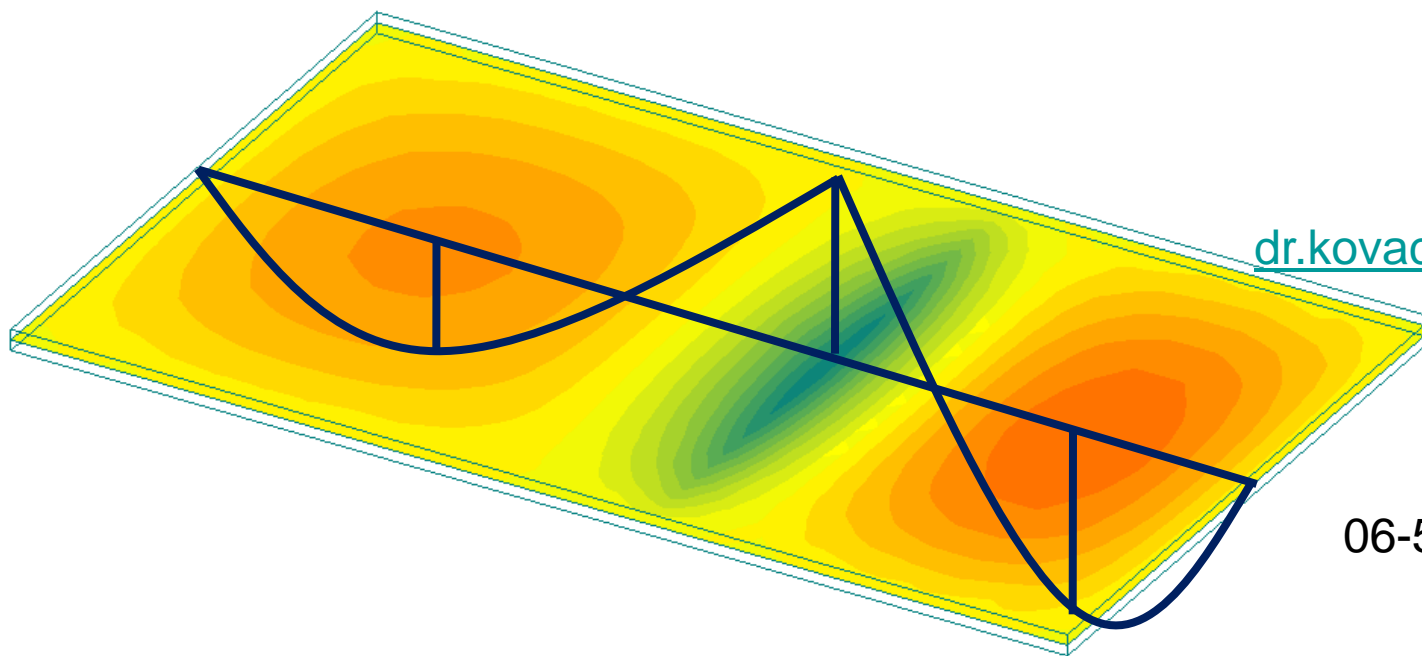
Reinforced Concrete Structures II.



Vasbetonszerkezetek II.

- Marcus-féle tartósáv módszer, VEM, Összetett lemezmezők -

Dr. Kovács Imre PhD
tanszékvezető
főiskolai tanár



E-mail:
dr.kovacs.imre@gmail.com

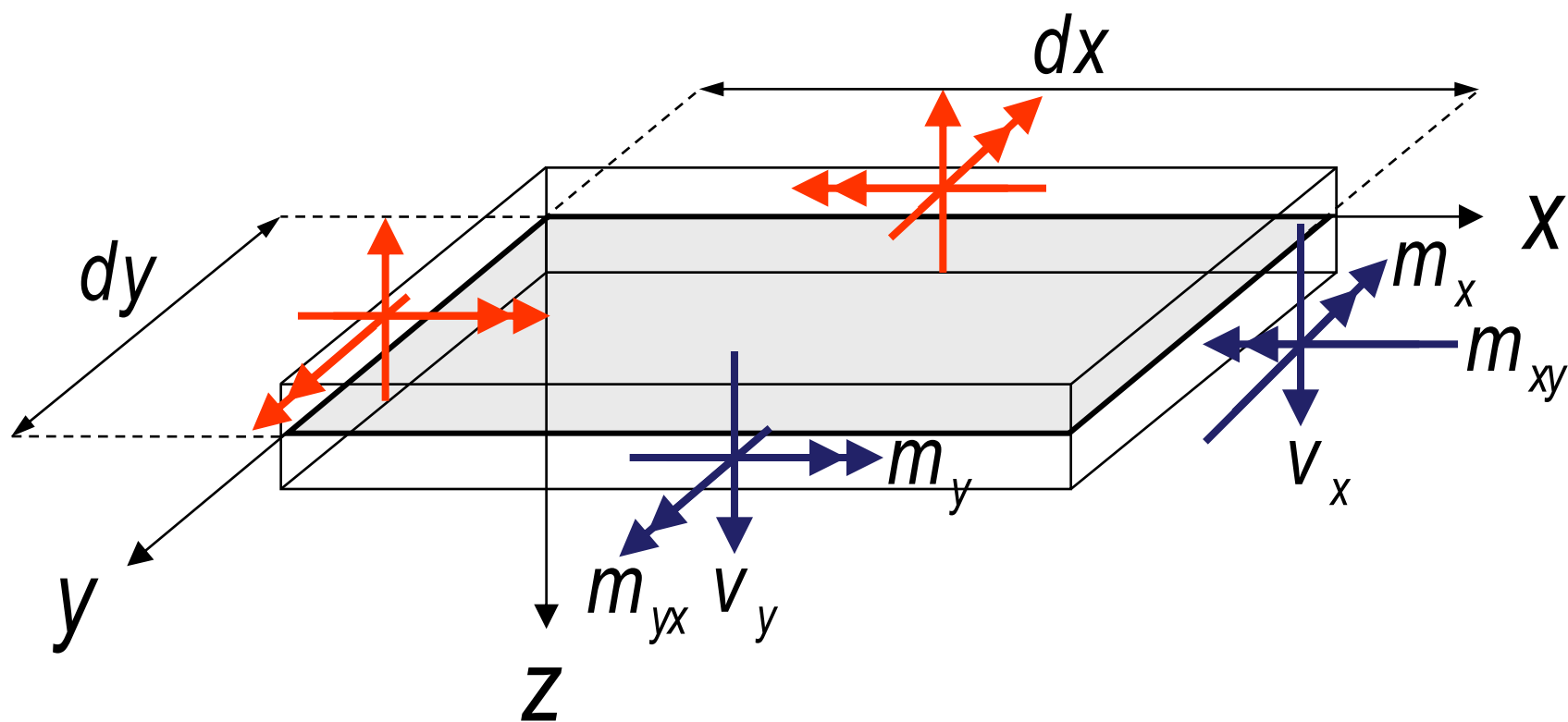
Mobil:
06-30-743-68-65

Iroda:
06-52-415-155 / 77764

WEB:
<http://epitotsz.mk.unideb.hu/>

Bending, shear and torsion of Kirchhoff type slab

Kirchhoff-féle lemez igénybevételei



Bending, shear and torsion of Kirchhoff type slab

Kirchhoff-féle lemez igénybevételei

$$m_x = -K \cdot \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \mu_c \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)$$

$$m_y = -K \cdot \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \mu_c \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)$$

fajlagos csavarónyomatékok

$$m_{xy} = m_{yx} = K \cdot (1 - \mu_c) \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}$$

x és y irányú fajlagos nyíróerők

$$v_x = -K \cdot \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)$$

$$v_y = -K \cdot \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)$$

a lemez hajlítómerevsége

$$K = \frac{E \cdot v^3}{12 \cdot (1 - \mu_c^2)}$$

Rugalmissági
modulus

Harántnyúlási tényező
(Poisson szám reciproka)
0,15~0,20

Equilibrium of Kirchhoff type slab

Kirchhoff-féle lemez egyensúlya

Lemezelem egyensúlyi egyenlete:

$$\frac{\partial^2 m_x}{\partial x^2} + 2 \cdot \frac{\partial^2 m_{xy}}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 m_y}{\partial y^2} = -q(x, y)$$

Fizikai (anyag) egyenletek:

$$\sigma_x = \frac{E}{1 - \mu_c^2} \cdot (\varepsilon_x + \mu_c \cdot \varepsilon_y)$$

$$\tau_{xy} = \frac{E}{2 \cdot (1 + \mu_c)} \cdot \gamma_{xy}$$

$$\sigma_y = \frac{E}{1 - \mu_c^2} \cdot (\varepsilon_y + \mu_c \cdot \varepsilon_x)$$

Kompatibilitási (összeférhetőségi) egyenletek

$$\varepsilon_x = -z \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}$$

$$\gamma_{xy} = -2 \cdot z \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}$$

$$\varepsilon_y = -z \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial y^2}$$

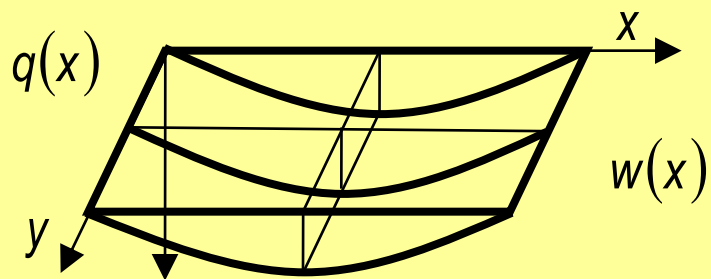
Lemez egyenlet:

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \cdot \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = \frac{q(x, y)}{k}$$

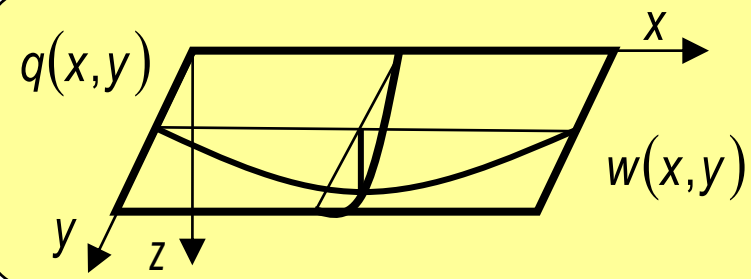
Cylindrical bending of slab

Lemezek hengeres hajlítása

Lemezek hengeres hajlítása



Kirchhoff-féle lemez (általános)



A teher és a hajlítónyomaték közötti differenciális összefüggés

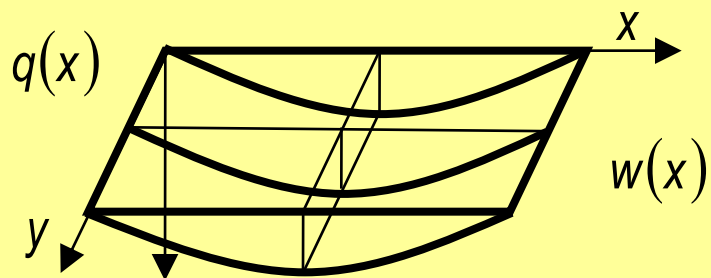
$$\frac{\partial^2 m_x}{\partial x^2} = -q(x)$$

$$\frac{\partial^2 m_x}{\partial x^2} + 2 \cdot \frac{\partial^2 m_{xy}}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 m_y}{\partial y^2} = -q(x,y)$$

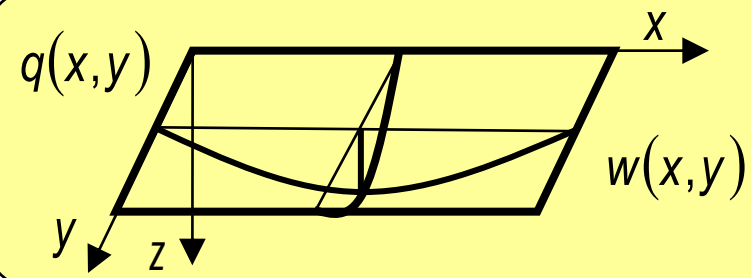
One-way and two-way slabs

Egy- és kétirányban teherviselő lemezek

Egy irányban teherviselő lemez



Két irányban teherviselő lemez



Lemezelmélet alapján:

$$L_x / L_y > 2$$

$$L_x / L_y < 0,5$$

$$0,5 \leq L_x / L_y \leq 2$$

Simplified solution for moments of two-way slabs

Kétirányban teherviselő lemezek közelítő megoldásai

A lemez differenciálegyenletének alkalmazása a gyakorlati tervezés során még a legegyszerűbb esetben is nehézkes.

Simplified solution for moments of two-way slabs

Kétirányban teherviselő lemezek közelítő megoldásai

A lemez differenciálegyenletének alkalmazása a gyakorlati tervezés során még a legegyszerűbb esetben is nehézkes.



Közelítő megoldások alkalmazása terjedt el.

Simplified solution for moments of two-way slabs

Kétirányban teherviselő lemezek közelítő megoldásai

A lemez differenciálegyenletének alkalmazása a gyakorlati tervezés során még a legegyszerűbb esetben is nehézkes.



Közelítő megoldások alkalmazása terjedt el.

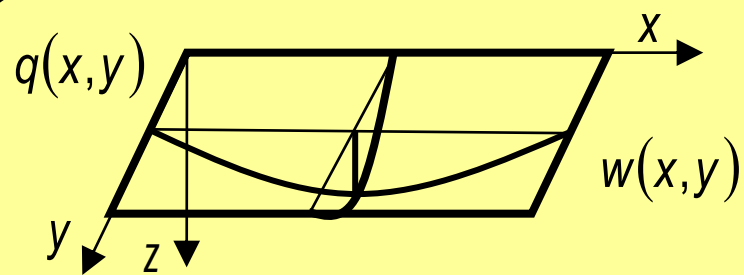


- **Klasszikus tartósáv módszer.**
- **Marcus-féle tartósáv módszer (Marcus táblázatok)**
- **Méretezési táblázatok alkalmazása**
- **Hatásfelületek**
- **Végeselem módszer - VEM**

Classical strip method

Klasszikus tartósáv módszer

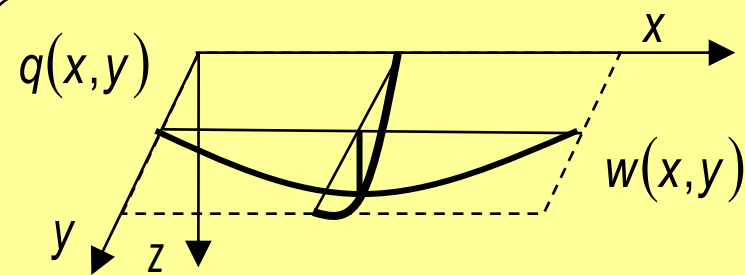
Kirchhoff-féle lemez



$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \cdot \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = \frac{q(x,y)}{k}$$

$$\frac{\partial^2 m_x}{\partial x^2} + 2 \cdot \frac{\partial^2 m_{xy}}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 m_y}{\partial y^2} = -q(x,y)$$

Csavarásmentes tartórács



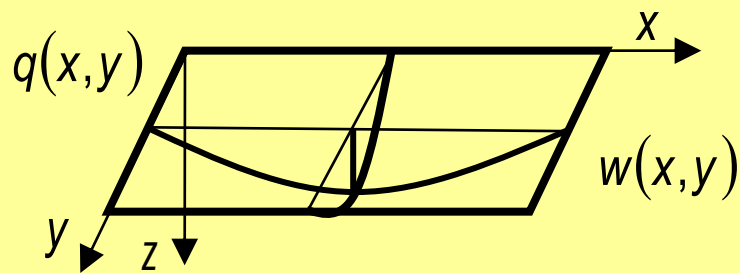
$$\frac{\partial^2 m_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 m_y}{\partial y^2} = -q(x,y)$$

$$\frac{\partial^2 m_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 m_y}{\partial y^2} = -q(x,y)$$

Classical strip method

Klasszikus tartósáv módszer

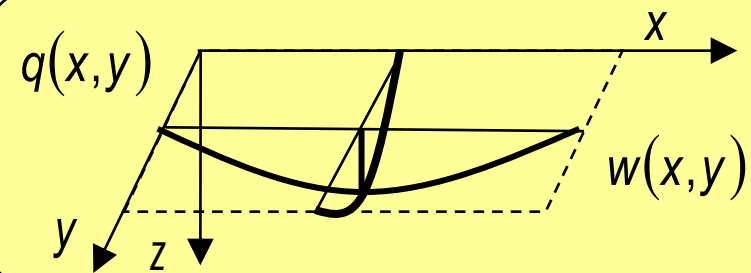
Kirchhoff-féle lemez



$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \cdot \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = \frac{q(x,y)}{k}$$

$$\frac{\partial^2 m_x}{\partial x^2} + 2 \cdot \frac{\partial^2 m_{xy}}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 m_y}{\partial y^2} = -q(x,y)$$

Csavarásmentes tartórács



$$\frac{\partial^2 m_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 m_y}{\partial y^2} = -q(x,y)$$

$$\frac{\partial^2 m_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 m_y}{\partial y^2} = -q(x,y)$$

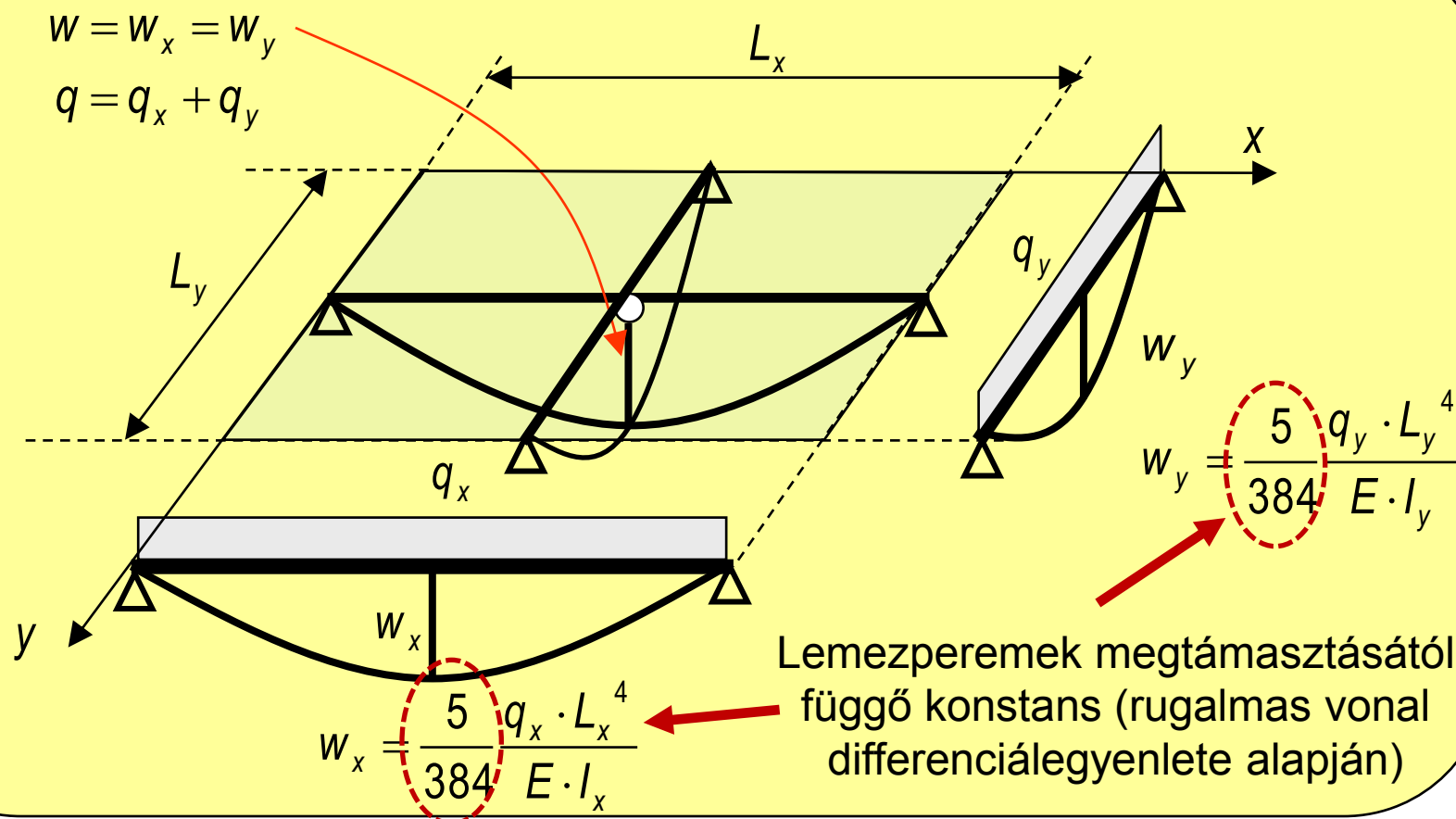
$$q(x,y) = q(x) + q(y)$$

$$\frac{\partial^2 m_x}{\partial x^2} = -q(x) \quad \frac{\partial^2 m_y}{\partial y^2} = -q(y)$$

Classical strip method

Klasszikus tartósáv módszer

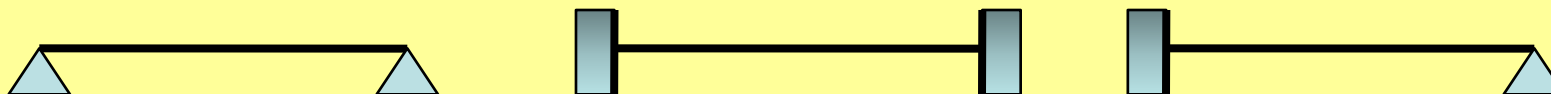
Csavarásmentes tartórács



Classical strip method

Klasszikus tartósáv módszer

Megtámasztási viszonyok



Lehajlás



$$w = \frac{5}{384} \frac{q \cdot L^4}{E \cdot I}$$



$$w = \frac{1}{384} \frac{q \cdot L^4}{E \cdot I}$$



$$w = \frac{2}{384} \frac{q \cdot L^4}{E \cdot I}$$

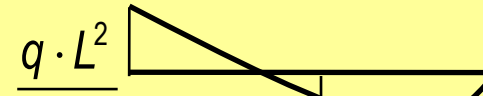
Hajlítónyomaték



$$\frac{q \cdot L^2}{8}$$



$$\frac{q \cdot L^2}{12} \quad \frac{q \cdot L^2}{24}$$

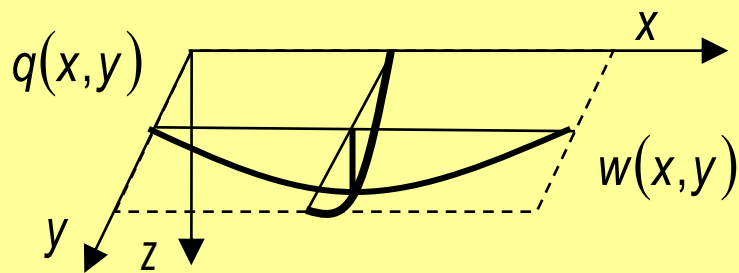


$$\frac{q \cdot L^2}{8} \quad \frac{q \cdot L^2}{16}$$

Marcus type strip method

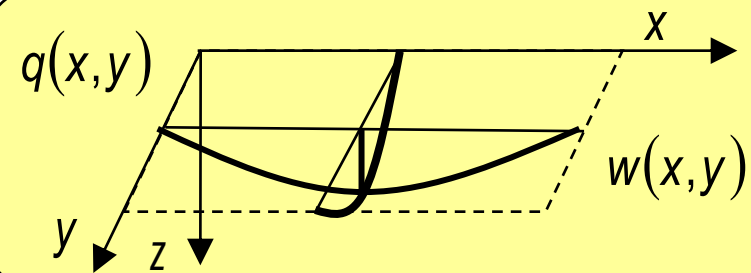
Marcus-féle tartósáv módszer

Csavarásmentes tartórács



$$\frac{\partial^2 m_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 m_y}{\partial y^2} = -q(x, y)$$

Csavarásra merev tartórács

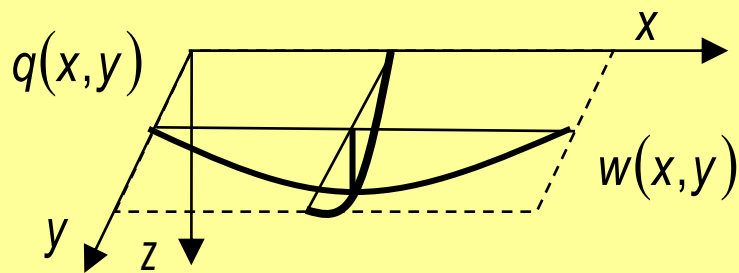


$$\frac{\partial^2 m_x}{\partial x^2} + 2 \cdot \frac{\partial^2 m_{xy}}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 m_y}{\partial y^2} = -q(x, y)$$

Marcus type strip method

Marcus-féle tartósáv módszer

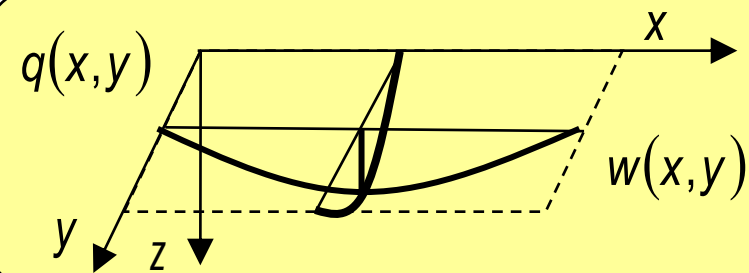
Csavarásmentes tartórács



$$\frac{\partial^2 m_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 m_y}{\partial y^2} = -q(x, y)$$

$$q(x, y) = q_{bending}(x) + q_{bending}(y)$$

Csavarásra merev tartórács

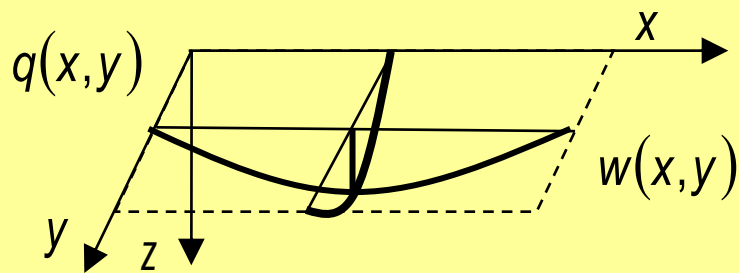


$$\frac{\partial^2 m_x}{\partial x^2} + 2 \cdot \frac{\partial^2 m_{xy}}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 m_y}{\partial y^2} = -q(x, y)$$

Marcus type strip method

Marcus-féle tartósáv módszer

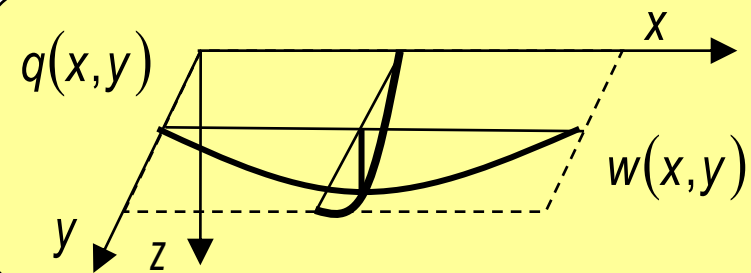
Csavarásmentes tartórács



$$\frac{\partial^2 m_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 m_y}{\partial y^2} = -q(x, y)$$

$$q(x, y) = q_{bending}(x) + q_{bending}(y)$$

Csavarásra merev tartórács



$$\frac{\partial^2 m_x}{\partial x^2} + 2 \cdot \frac{\partial^2 m_{xy}}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 m_y}{\partial y^2} = -q(x, y)$$

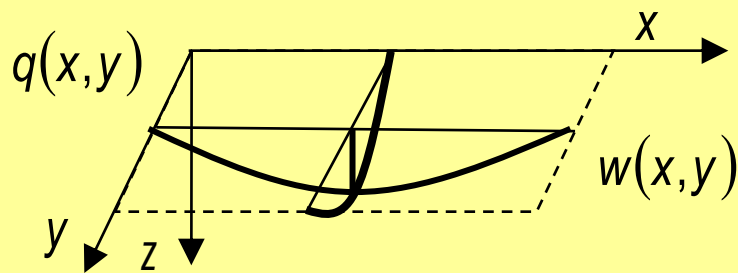
$$q(x) = q_{bending}(x) + q_{torsion}(x)$$

$$q(y) = q_{bending}(y) + q_{torsion}(y)$$

Marcus type strip method

Marcus-féle tartósáv módszer

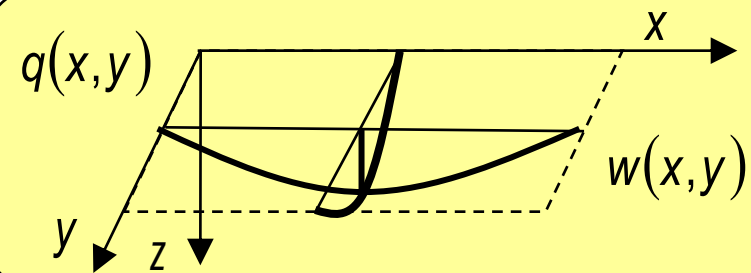
Csavarásmentes tartórács



$$\frac{\partial^2 m_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 m_y}{\partial y^2} = -q(x, y)$$

$$q(x, y) = q_{bending}(x) + q_{bending}(y)$$

Csavarásra merev tartórács



$$\frac{\partial^2 m_x}{\partial x^2} + 2 \cdot \frac{\partial^2 m_{xy}}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 m_y}{\partial y^2} = -q(x, y)$$

$$q(x) = q_{bending}(x) + q_{torsion}(x)$$

$$q(y) = q_{bending}(y) + q_{torsion}(y)$$

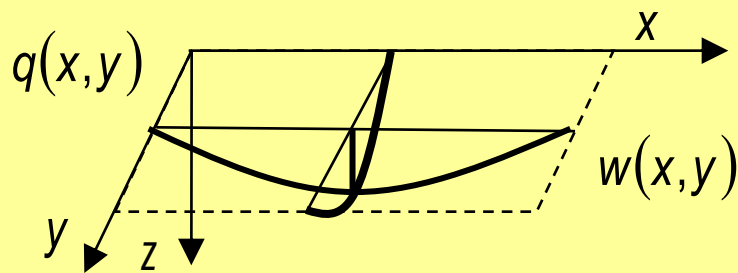
$$q_{bending}(x, y) = q_{bending}(x) + q_{bending}(y)$$

$$q_{torsion}(x, y) = q_{torsion}(x) + q_{torsion}(y)$$

Marcus type strip method

Marcus-féle tartósáv módszer

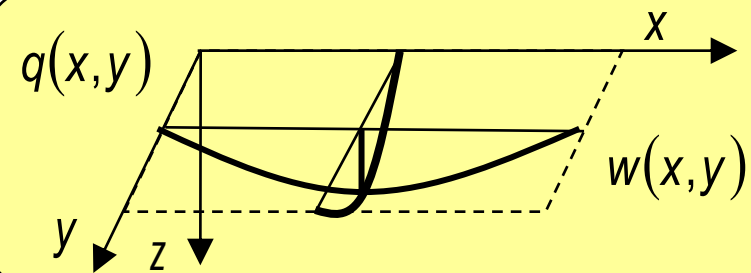
Csavarásmentes tartórács



$$\frac{\partial^2 m_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 m_y}{\partial y^2} = -q(x,y)$$

$$q(x,y) = q_{bending}(x) + q_{bending}(y)$$

Csavarásra merev tartórács



$$\frac{\partial^2 m_x}{\partial x^2} + 2 \cdot \frac{\partial^2 m_{xy}}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 m_y}{\partial y^2} = -q(x,y)$$

$$q(x) = q_{bending}(x) + q_{torsion}(x)$$

$$q(y) = q_{bending}(y) + q_{torsion}(y)$$

$$q_{bending}(x,y) = q_{bending}(x) + q_{bending}(y)$$

$$q_{torsion}(x,y) = q_{torsion}(x) + q_{torsion}(y)$$

$$q(x,y) = q_{bending}(x,y) + q_{torsion}(x,y)$$

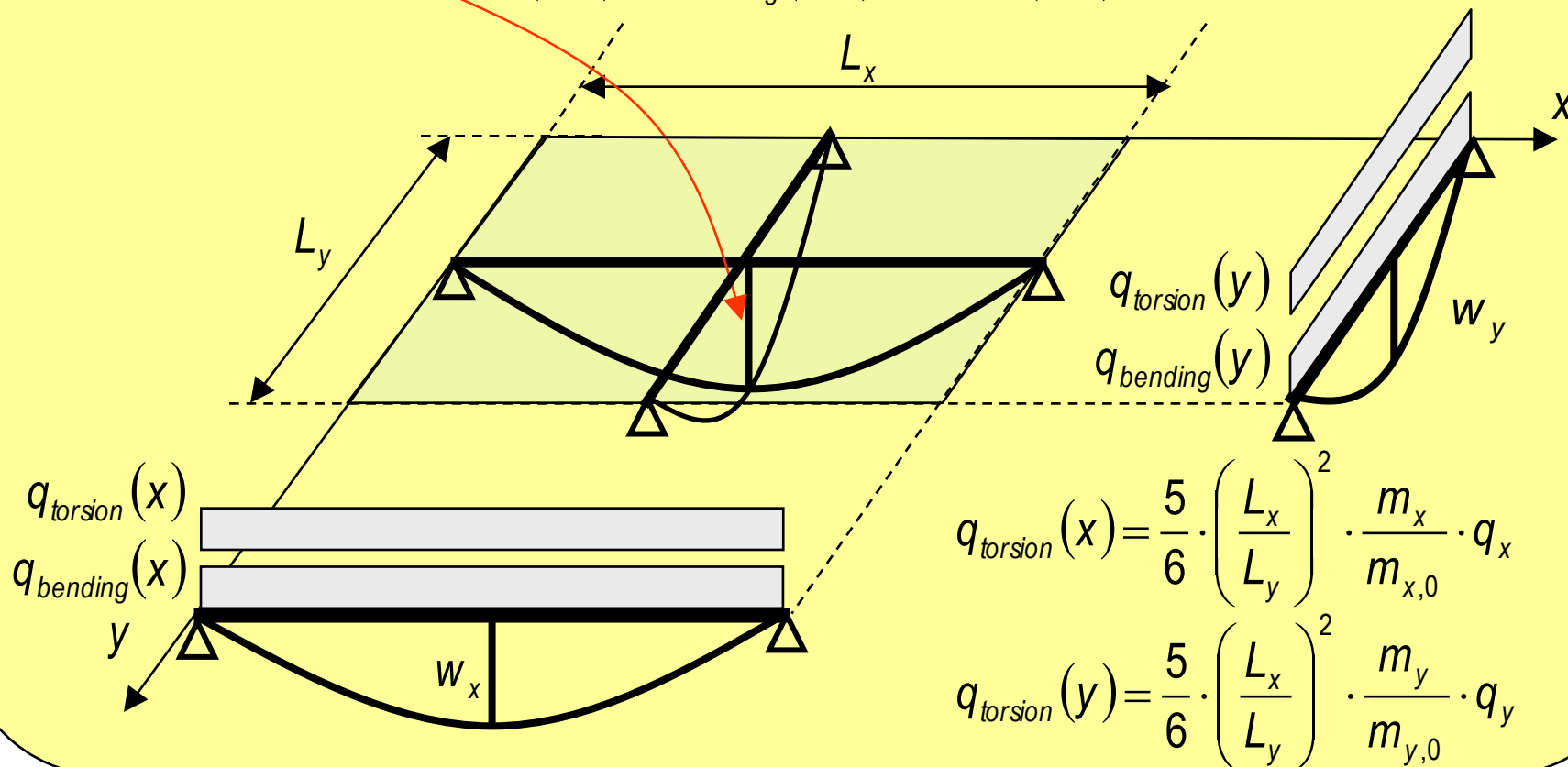
Marcus type strip method

Marcus-féle tartósáv módszer

Csavarásra merev tartórács

$$w = w_x = w_y$$

$$q(x,y) = q_{bending}(x,y) + q_{torsion}(x,y)$$



Marcus type strip method

Marcus-féle tartósáv módszer

Csavarásra merev tartórács

$$q(x,y) = q_{bending}(x,y) + q_{torsion}(x,y)$$

$$q_{x,torsion} = \frac{5}{6} \cdot \left(\frac{L_x}{L_y} \right)^2 \cdot \frac{m_x}{m_{x,0}} \cdot q_x$$

$$q_{y,torsion} = \frac{5}{6} \cdot \left(\frac{L_x}{L_y} \right)^2 \cdot \frac{m_y}{m_{y,0}} \cdot q_y$$

m_x , m_y sávmódszerrel meghatározott mezőközépi fajlagos hajlító nyomatékok

$m_{x,0}$, $m_{y,0}$ x és y irányú fajlagos hajlítónyomatékok a teljes q teherből

q_x , q_y sávmódszerrel meghatározott teherrészek

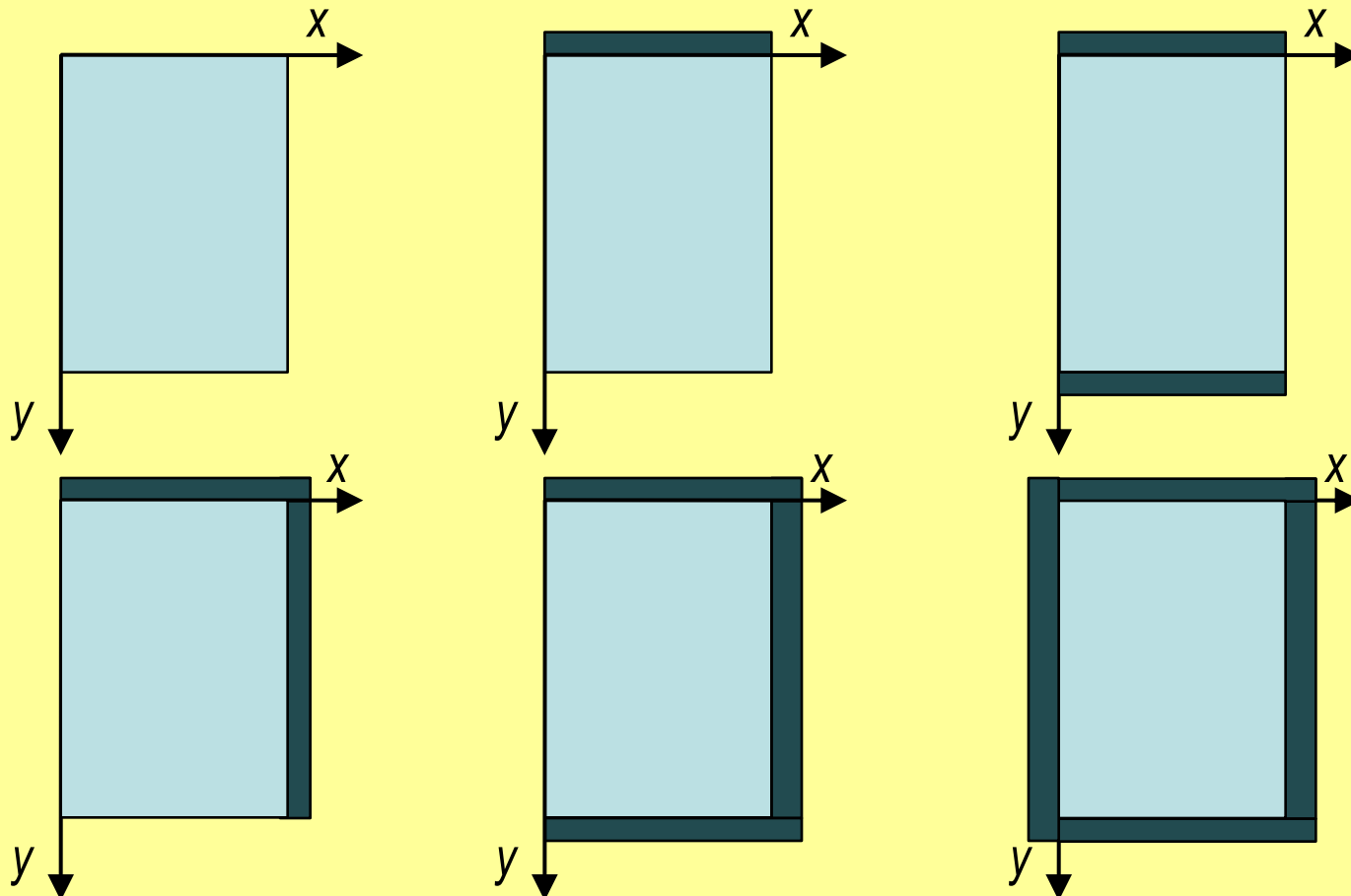
$$q_{x,bending} = q_x - q_{x,torsion}$$

$$q_{y,bending} = q_y - q_{y,torsion}$$

Marcus type strip method

Marcus-féle tartósáv módszer

Marcus-féle sáv módszer alapján kidolgozott táblázatok különböző lemezekhez

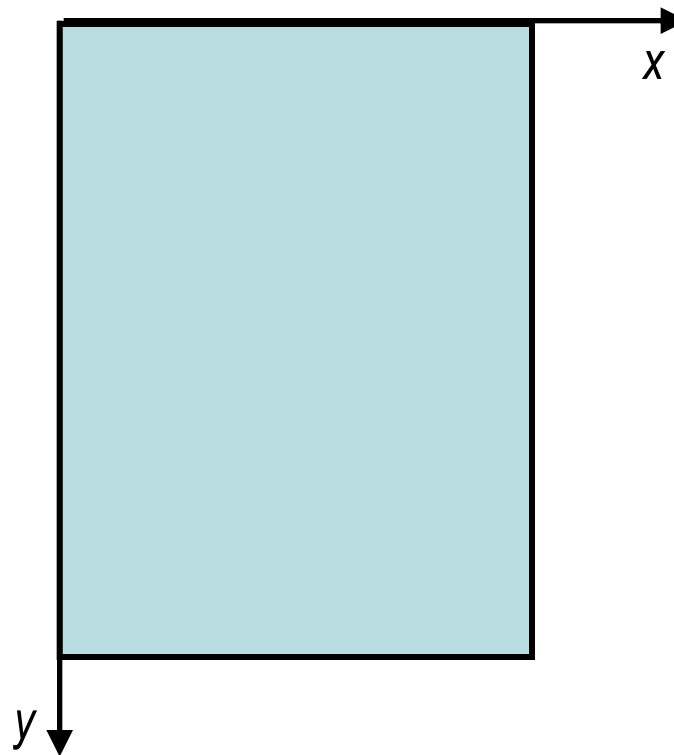


Marcus type strip method

Marcus-féle tartósáv módszer

Négy oldalán szabadon feltámaszkodó lemez
fajlagos hajlító és csavaró nyomatékai

$$L_y / L_x = 1,5$$



Marcus type strip method

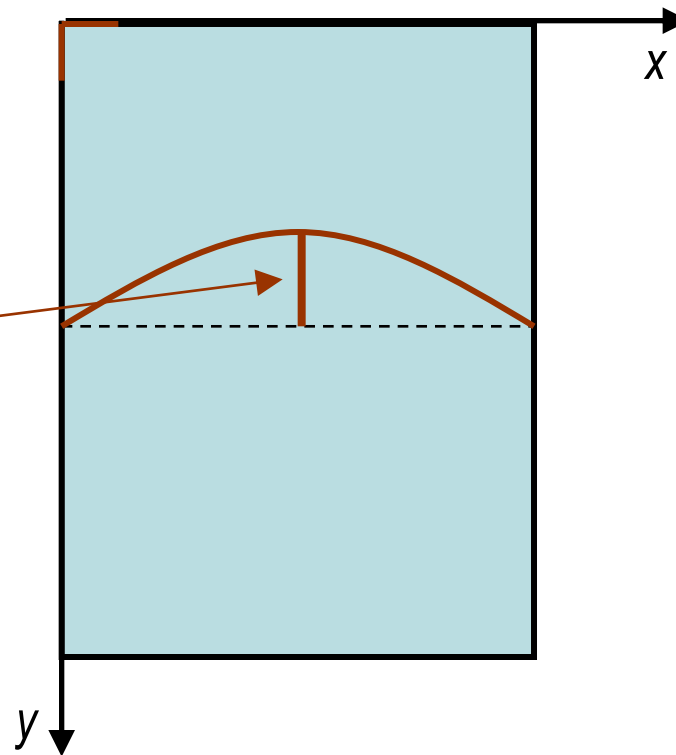
Marcus-féle tartósáv módszer

Négy oldalán szabadon feltámaszkodó lemez
fajlagos hajlító és csavaró nyomatékai

$$L_y / L_x = 1,5$$

$$+m_x = \frac{q \cdot L_x^2}{13,7}$$

x irányú pozitív maximális
fajlagos hajlítónyomaték



Marcus type strip method

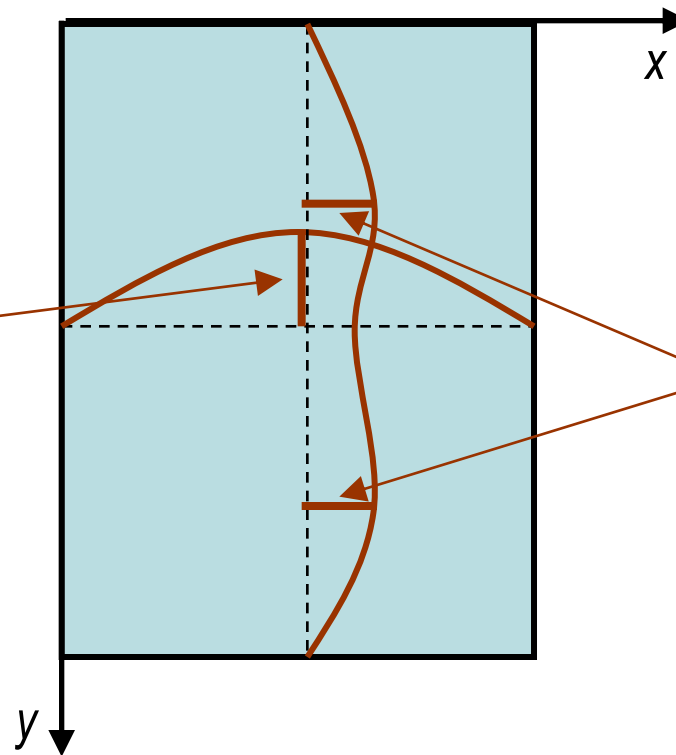
Marcus-féle tartósáv módszer

Négy oldalán szabadon feltámaszkodó lemez
fajlagos hajlító és csavaró nyomatékai

$$L_y / L_x = 1,5$$

$$+m_x = \frac{q \cdot L_x^2}{13,7}$$

x irányú pozitív maximális
fajlagos hajlítónyomaték



$$+m_y = \frac{q \cdot L_x^2}{34,7}$$

y irányú pozitív maximális
fajlagos hajlítónyomaték

Marcus type strip method

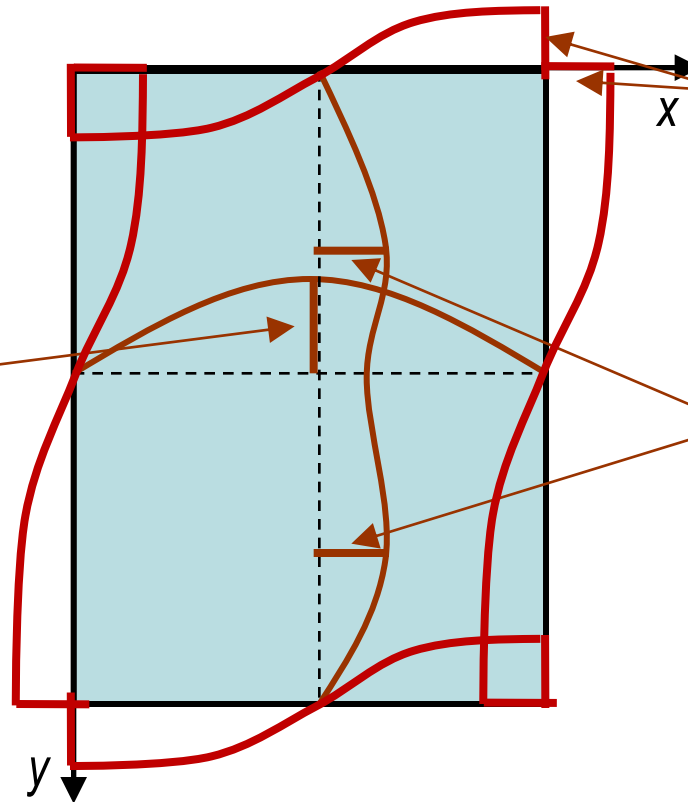
Marcus-féle tartósáv módszer

Négy oldalán szabadon feltámaszkodó lemez
fajlagos hajlító és csavaró nyomatékai

$$L_y / L_x = 1,5$$

$$+m_x = \frac{q \cdot L_x^2}{13,7}$$

x irányú pozitív maximális
fajlagos hajlítónyomaték



$$m_{xy} = \frac{q \cdot L_x^2}{16,3}$$

fajlagos csavarónyomaték

$$+m_y = \frac{q \cdot L_x^2}{34,7}$$

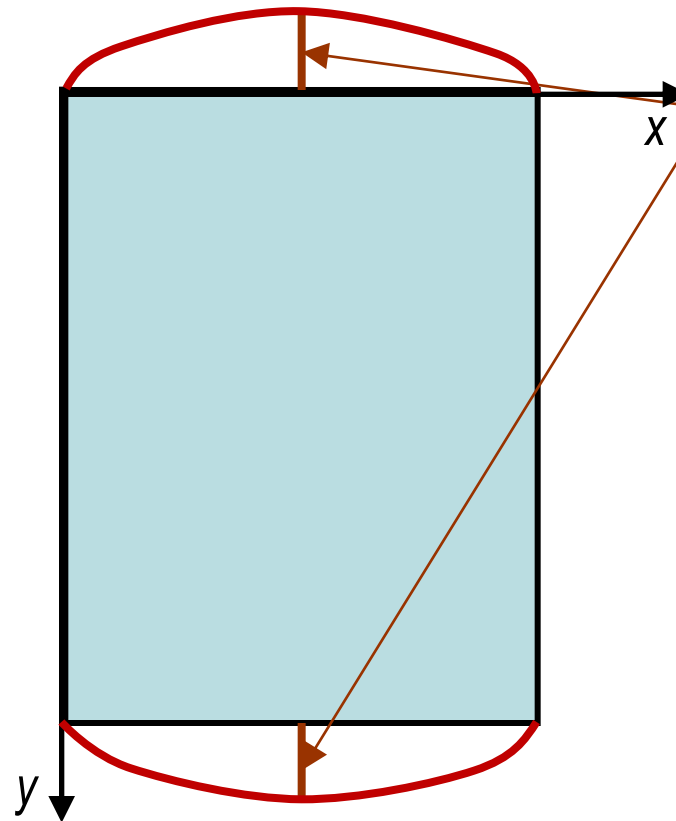
y irányú pozitív maximális
fajlagos hajlítónyomaték

Marcus type strip method

Marcus-féle tartósáv módszer

Négy oldalán szabadon feltámaszkodó lemez
megoszló támaszerői és sarokreakciói

$$L_y / L_x = 1,5$$



$$r_x = \frac{q \cdot L_x}{1,89}$$

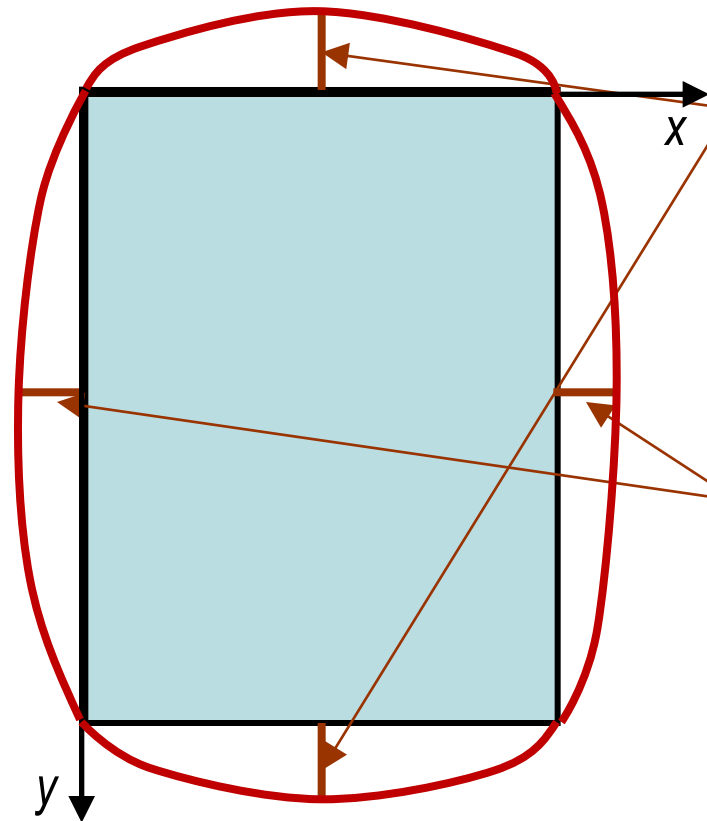
x irányban megoszló
fajlagos támaszerő
maximális értéke

Marcus type strip method

Marcus-féle tartósáv módszer

Négy oldalán szabadon feltámaszkodó lemez
megoszló támaszerői és sarokreakciói

$$L_y / L_x = 1,5$$



$$r_x = \frac{q \cdot L_x}{1,89}$$

x irányban megoszló
fajlagos támaszerő
maximális értéke

$$r_y = \frac{q \cdot L_x}{1,95}$$

y irányban megoszló
fajlagos támaszerő
maximális értéke

Marcus type strip method

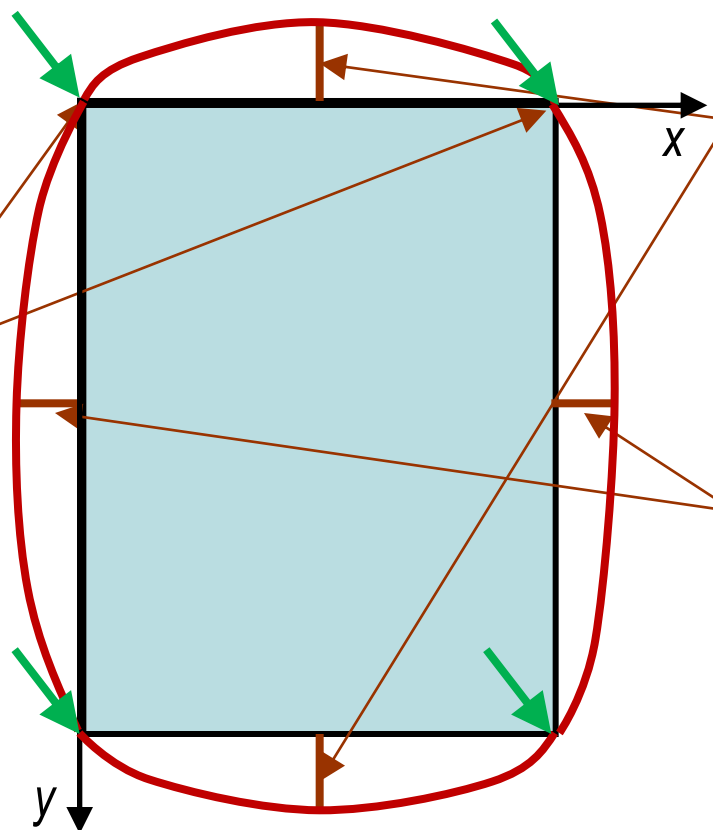
Marcus-féle tartósáv módszer

Négy oldalán szabadon feltámaszkodó lemez
megoszló támaszerői és sarokreakciói

$$L_y / L_x = 1,5$$

$$R_s = \frac{q \cdot L_x^2}{8,15}$$

lemezszarkokban számítható
koncentrált reakcióerő



$$r_x = \frac{q \cdot L_x}{1,89}$$

x irányban megoszló
fajlagos támaszerő
maximális értéke

$$r_y = \frac{q \cdot L_x}{1,95}$$

y irányban megoszló
fajlagos támaszerő
maximális értéke

Marcus type strip method

Marcus-féle tartósáv módszer

Négy oldalán szabadon feltámaszkodó lemez
fajlagos hajlító és csavaró nyomatékainak meghatározása táblázat alapján

L_y / L_x	1,0	1,33	1,5	2,0

Marcus type strip method

Marcus-féle tartósáv módszer

Négy oldalán szabadon feltámaszkodó lemez
fajlagos hajlító és csavaró nyomatékainak meghatározása táblázat alapján

L_y / L_x		1,0	1,33	1,5	2,0
x irányú maximális pozitív fajlagos hajlító nyomaték	$m_x = \frac{q \cdot L_x^2}{\alpha}$	27,2	16,3	13,7	10,4

Marcus type strip method

Marcus-féle tartósáv módszer

Négy oldalán szabadon feltámaszkodó lemez
fajlagos hajlító és csavaró nyomatékainak meghatározása táblázat alapján

L_y / L_x		1,0	1,33	1,5	2,0
x irányú maximális pozitív fajlagos hajlító nyomaték	$m_x = \frac{q \cdot L_x^2}{\alpha}$	27,2	16,3	13,7	10,4
y irányú maximális pozitív fajlagos hajlító nyomaték	$m_y = \frac{q \cdot L_x^2}{\alpha}$	27,2	31,5	34,7	40,3

Marcus type strip method

Marcus-féle tartósáv módszer

Négy oldalán szabadon feltámaszkodó lemez
fajlagos hajlító és csavaró nyomatékainak meghatározása táblázat alapján

L_y / L_x		1,0	1,33	1,5	2,0
x irányú maximális pozitív fajlagos hajlító nyomaték	$m_x = \frac{q \cdot L_x^2}{\alpha}$	27,2	16,3	13,7	10,4
y irányú maximális pozitív fajlagos hajlító nyomaték	$m_y = \frac{q \cdot L_x^2}{\alpha}$	27,2	31,5	34,7	40,3
xy maximális fajlagos csavaró nyomaték sarkokban	$m_{xy} = \pm \frac{q \cdot L_x^2}{\alpha}$	21,6	16,7	16,3	15,1

Marcus type strip method

Marcus-féle tartósáv módszer

Négy oldalán szabadon feltámaszkodó lemez
megoszló támaszerői, sarokreakciói és lehajlása táblázat alapján

L_y / L_x	1,0	1,33	1,5	2,0

Marcus type strip method

Marcus-féle tartósáv módszer

Négy oldalán szabadon feltámaszkodó lemez
megoszló támaszerői, sarokreakciói és lehajlása táblázat alapján

L_y / L_x		1,0	1,33	1,5	2,0
lemezsarkokban számítható koncentrált reakcióerő	$R_s = \frac{q \cdot L_x^2}{\beta}$	10,8	8,6	8,15	7,55

Marcus type strip method

Marcus-féle tartósáv módszer

Négy oldalán szabadon feltámaszkodó lemez
megoszló támaszerői, sarokreakciói és lehajlása táblázat alapján

L_y / L_x		1,0	1,33	1,5	2,0
lemezsarkokban számítható koncentrált reakcióerő	$R_s = \frac{q \cdot L_x^2}{\beta}$	10,8	8,6	8,15	7,55
y irányban megoszló támaszerő maximális értéke	$r_y = \frac{q \cdot L_x}{\beta}$	2,19	1,95	1,95	1,92

Marcus type strip method

Marcus-féle tartósáv módszer

Négy oldalán szabadon feltámaszkodó lemez
megoszló támaszerői, sarokreakciói és lehajlása táblázat alapján

L_y / L_x		1,0	1,33	1,5	2,0
lemezsarkokban számítható koncentrált reakcióerő	$R_s = \frac{q \cdot L_x^2}{\beta}$	10,8	8,6	8,15	7,55
y irányban megoszló támaszerő maximális értéke	$r_y = \frac{q \cdot L_x}{\beta}$	2,19	1,95	1,95	1,92
x irányban megoszló támaszerő maximális értéke	$r_x = \frac{q \cdot L_x}{\beta}$	2,19	1,99	1,89	1,82

Marcus type strip method

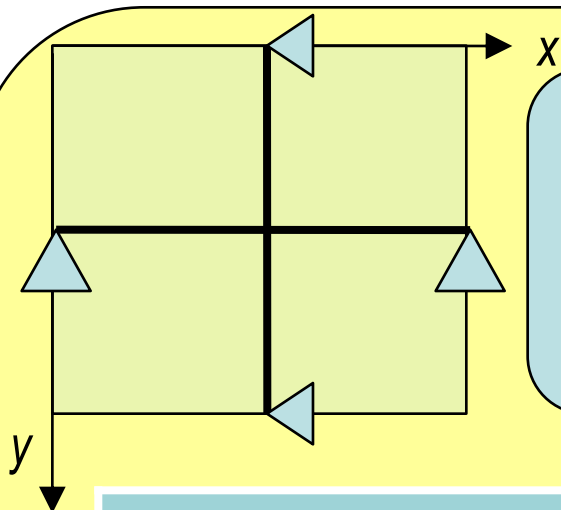
Marcus-féle tartósáv módszer

Négy oldalán szabadon feltámaszkodó lemez
megoszló támaszerői, sarokreakciói és lehajlása táblázat alapján

L_y / L_x		1,0	1,33	1,5	2,0
lemezsarkokban számítható koncentrált reakcióerő	$R_s = \frac{q \cdot L_x^2}{\beta}$	10,8	8,6	8,15	7,55
y irányban megoszló támaszerő maximális értéke	$r_y = \frac{q \cdot L_x}{\beta}$	2,19	1,95	1,95	1,92
x irányban megoszló támaszerő maximális értéke	$r_x = \frac{q \cdot L_x}{\beta}$	2,19	1,99	1,89	1,82
lehajlás	$w = \gamma \cdot \frac{q \cdot L_x^4}{E \cdot h^3}$	0,0487	0,0792	0,0927	0,1215

Moments of simply supported two-way slab ac. to L_y/L_x

Négy oldalán csuklós lemez igénybevételei L_y/L_x arányában



$$L_y / L_x = 8,00 \text{ m} / 8,00 \text{ m} = 1,00$$

$$L_y / L_x = 8,00 \text{ m} / 6,00 \text{ m} = 1,33$$

$$L_y / L_x = 8,00 \text{ m} / 5,33 \text{ m} = 1,50$$

$$L_y / L_x = 8,00 \text{ m} / 4,00 \text{ m} = 2,00$$

$$h = 300 \text{ mm}$$

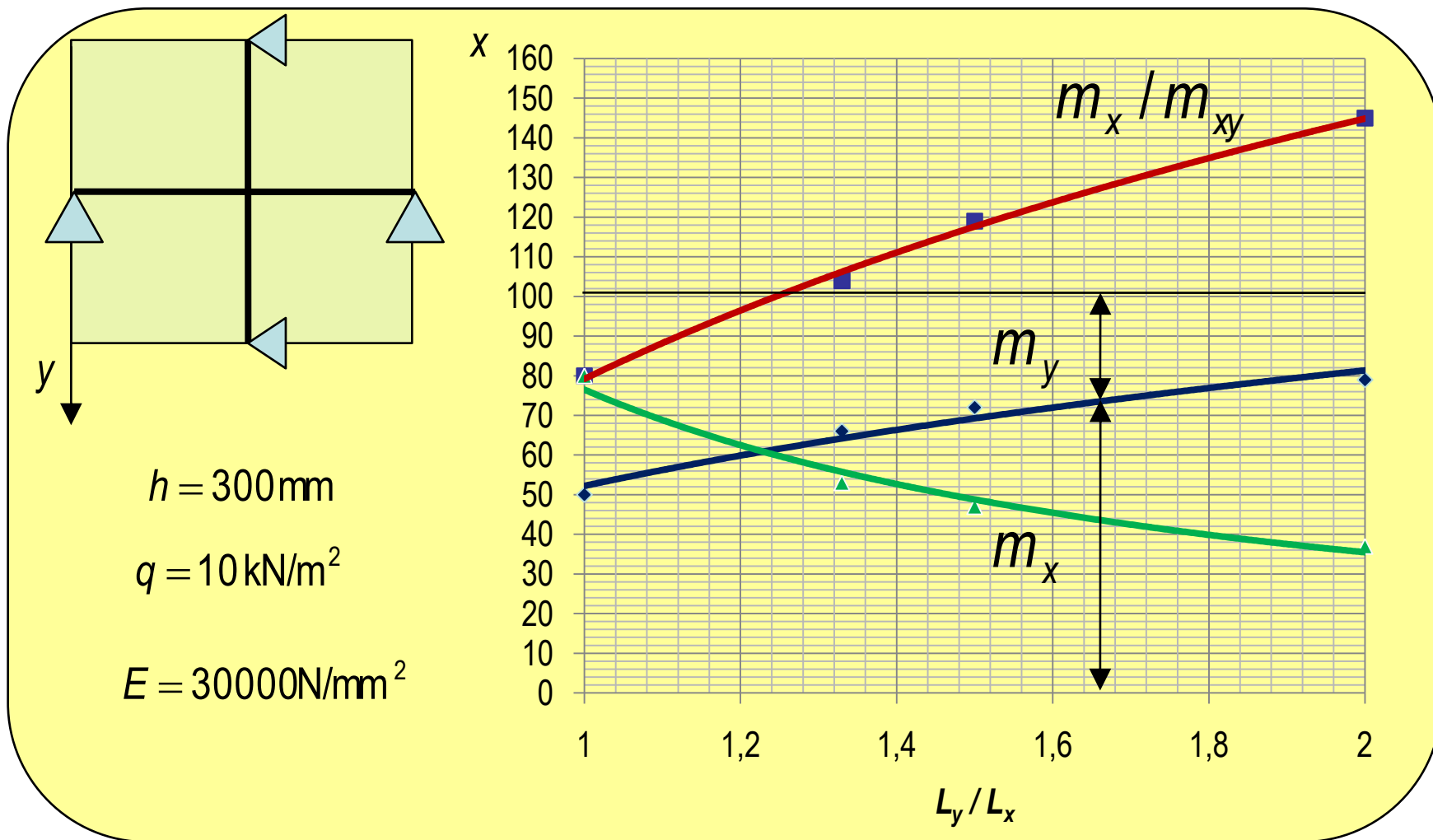
$$q = 10 \text{ kN/m}^2$$

$$E = 30000 \text{ N/mm}^2$$

$L_y = 8 \text{ m}$	m_x	m_y	m_{xy}	r_x	r_y	R_s	w
	[kNm/m]			[kN/m]		[kN]	[mm]
$L_y/L_x = 1,00$	23,53	23,53	29,63	36,53	36,53	59,26	2,46
$L_y/L_x = 1,33$	22,09	11,43	21,56	30,77	30,15	43,12	1,27
$L_y/L_x = 1,50$	20,76	8,20	17,45	28,22	27,35	34,90	0,93
$L_y/L_x = 2,00$	15,38	3,97	10,60	21,98	20,83	21,20	0,38

Moments of simply supported two-way slab ac. to L_y/L_x

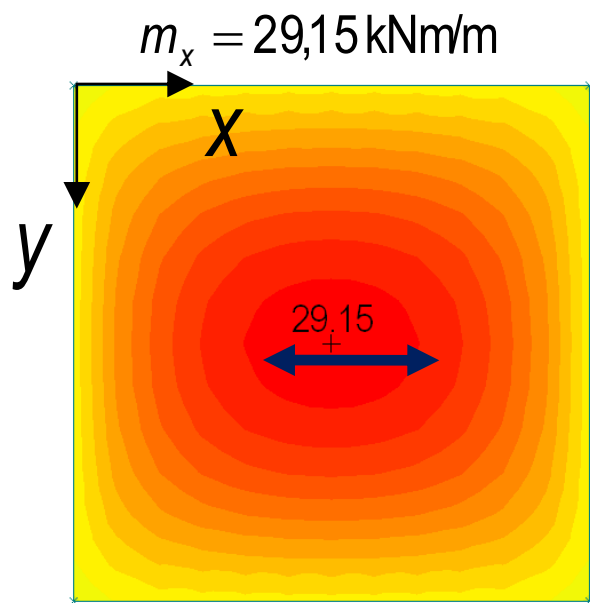
Négy oldalán csuklós lemez igénybevételei L_y/L_x arányában



1. Example: Simple supports, $L_x = L_y = 8,00$ m, $p = 10$ kN/m², $\mu_c = 0,20$

1. Példa: Csuklós peremek, $L_x = L_y = 8,00$ m, $p = 10$ kN/m², $\mu_c = 0,20$

X irányú
fajlagos hajlítónyomaték
 m_x [kNm/m]

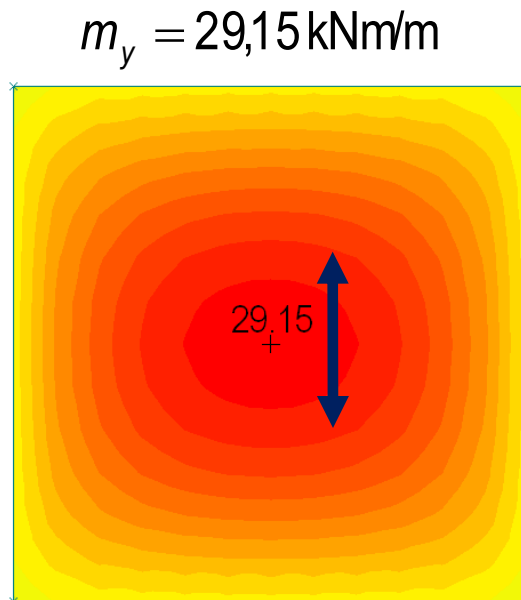
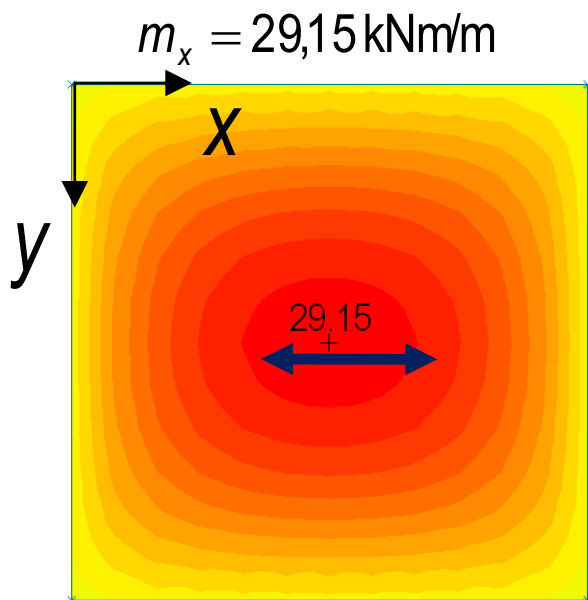


1. Example: Simple supports, $L_x = L_y = 8,00$ m, $p = 10$ kN/m², $\mu_c = 0,20$

1. Példa: Csuklós peremek, $L_x = L_y = 8,00$ m, $p = 10$ kN/m², $\mu_c = 0,20$

X irányú
fajlagos hajlítónyomaték
 m_x [kNm/m]

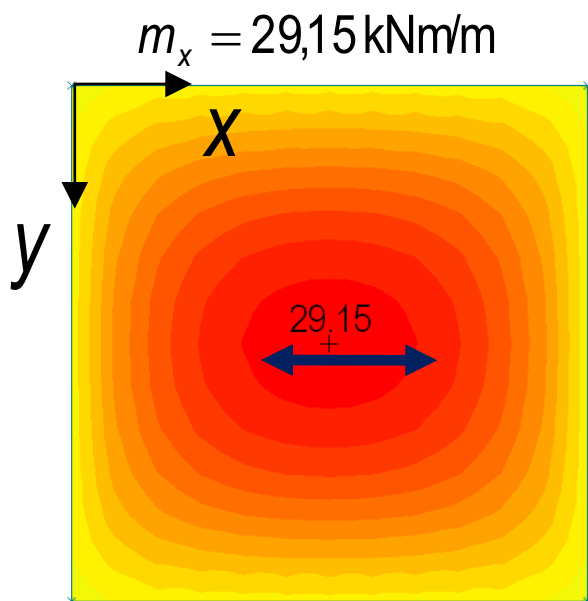
Y irányú
fajlagos hajlítónyomaték
 m_y [kNm/m]



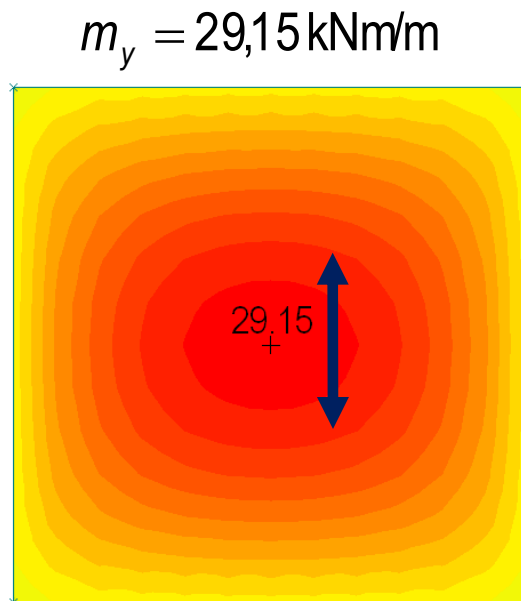
1. Example: Simple supports, $L_x = L_y = 8,00$ m, $p = 10$ kN/m², $\mu_c = 0,20$

1. Példa: Csuklós peremek, $L_x = L_y = 8,00$ m, $p = 10$ kN/m², $\mu_c = 0,20$

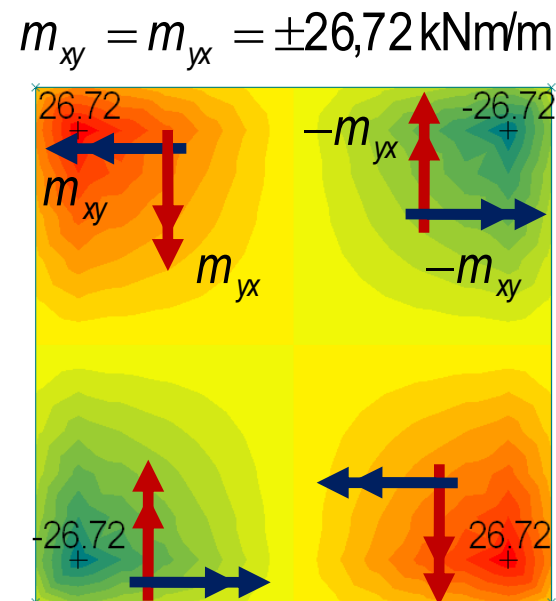
X irányú
fajlagos hajlítónyomaték
 m_x [kNm/m]



Y irányú
fajlagos hajlítónyomaték
 m_y [kNm/m]



X és Y irányú
fajlagos csavarónyomaték
 m_{xy}, m_{yx} [kNm/m]



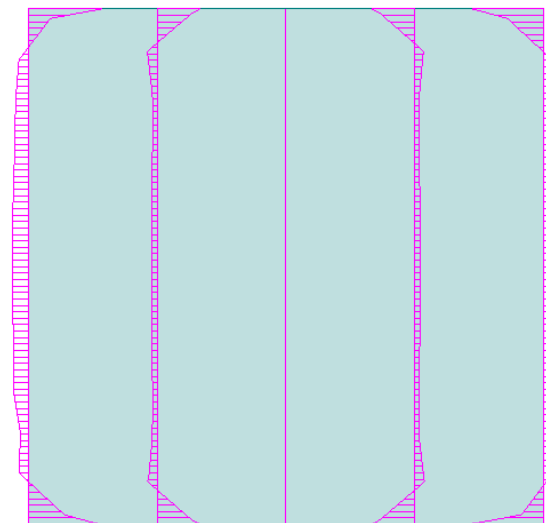
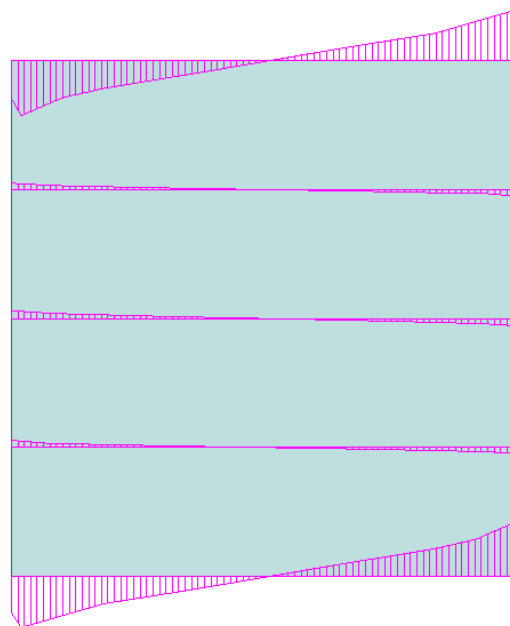
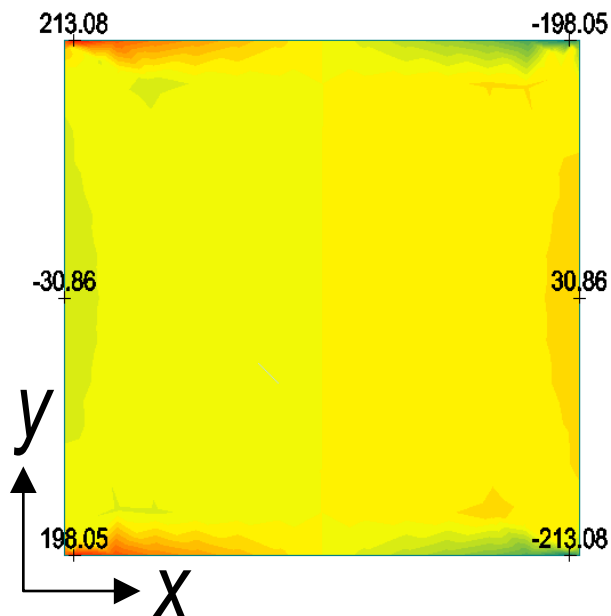
1. Example: Simple supports, $L_x = L_y = 8,00$ m, $p = 10$ kN/m², $\mu_c = 0,20$

1. Példa: Csuklós peremek, $L_x = L_y = 8,00$ m, $p = 10$ kN/m², $\mu_c = 0,20$

X irányú
fajlagos nyíróerő
 v_x [kN/m]

X irányú
fajlagos nyíróerő
X irányú eloszlása

X irányú
fajlagos nyíróerő
Y irányú eloszlása



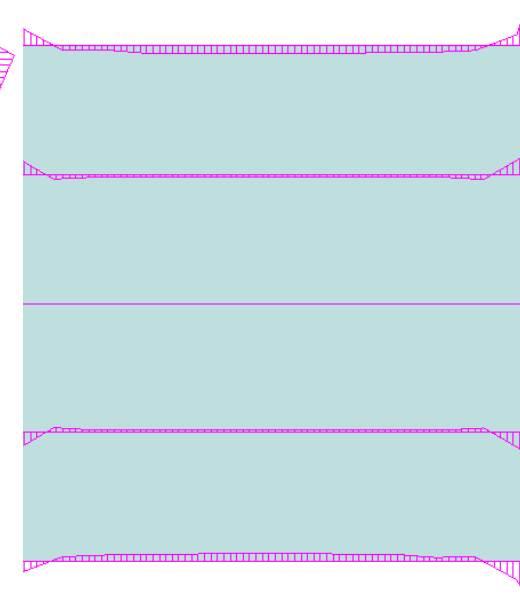
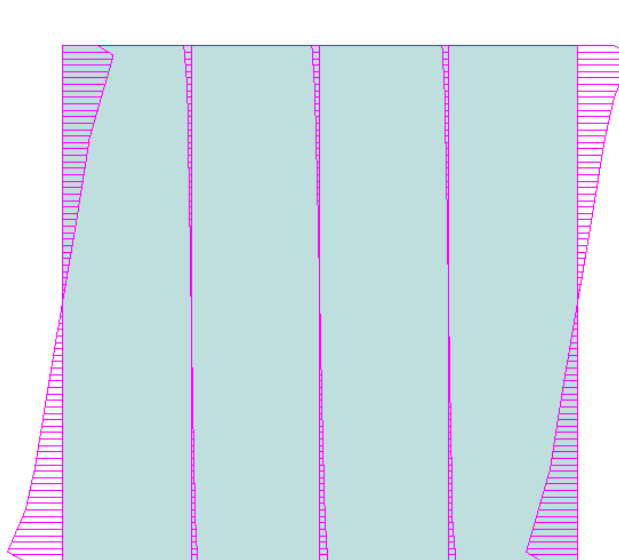
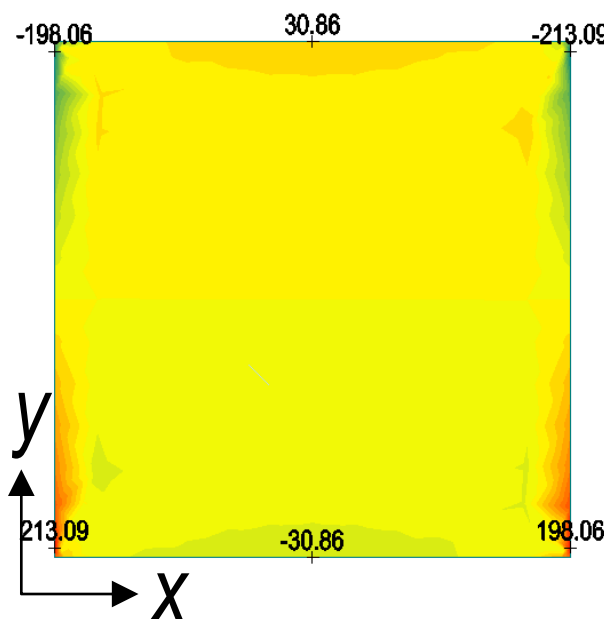
1. Example: Simple supports, $L_x = L_y = 8,00$ m, $p = 10$ kN/m², $\mu_c = 0,20$

1. Példa: Csuklós peremek, $L_x = L_y = 8,00$ m, $p = 10$ kN/m², $\mu_c = 0,20$

Y irányú
fajlagos nyíróerő
 v_y [kN/m]

Y irányú
fajlagos nyíróerő
Y irányú eloszlása

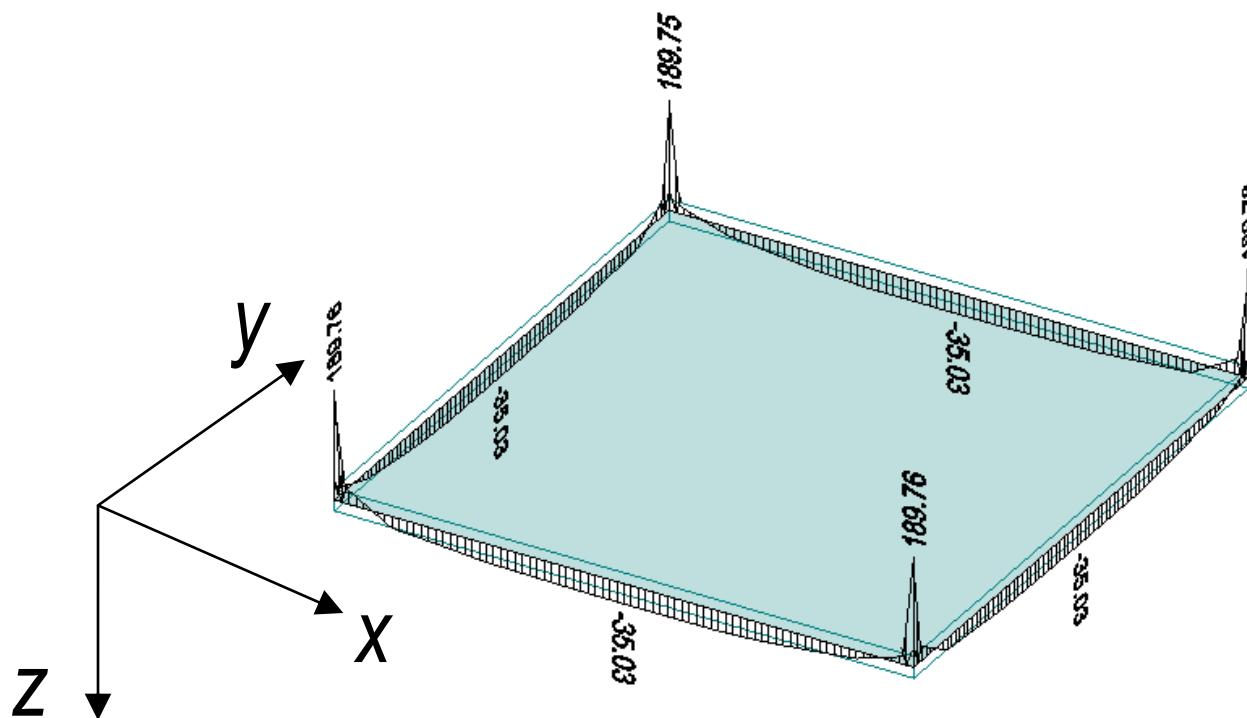
Y irányú
fajlagos nyíróerő
X irányú eloszlása



1. Example: Simple supports, $L_x = L_y = 8,00$ m, $p = 10$ kN/m², $\mu_c = 0,20$

1. Példa: Csuklós peremek, $L_x = L_y = 8,00$ m, $p = 10$ kN/m², $\mu_c = 0,20$

Z irányú
fajlagos reakcióerők
 r_z [kN/m]



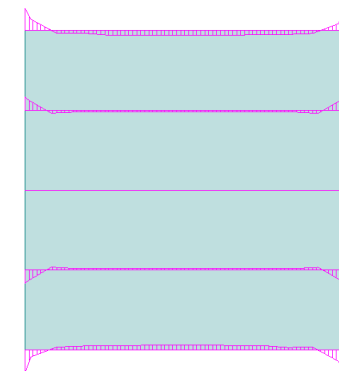
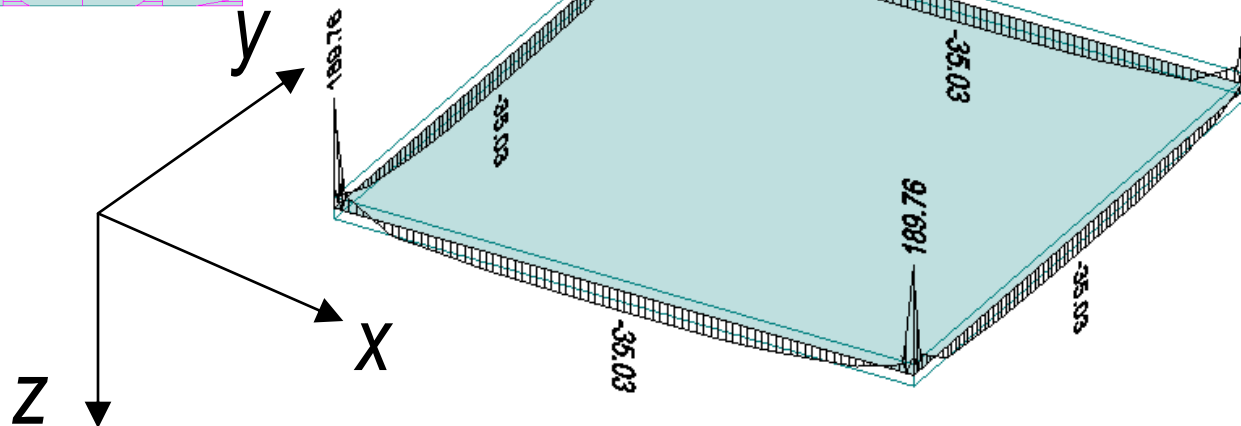
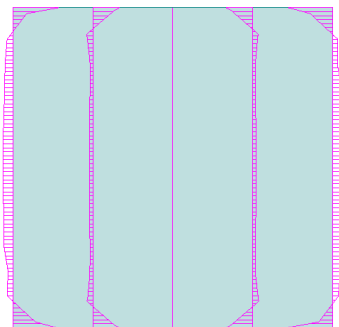
Kirchhoff forces

Kirchhoff-féle peremerők

X irányú fajlagos
nyíróerő v_x [kN/m]
Y irányú eloszlása

Z irányú
fajlagos reakcióerők
 r_z [kN/m]

Y irányú fajlagos
nyíróerő v_y [kN/m]
X irányú eloszlása



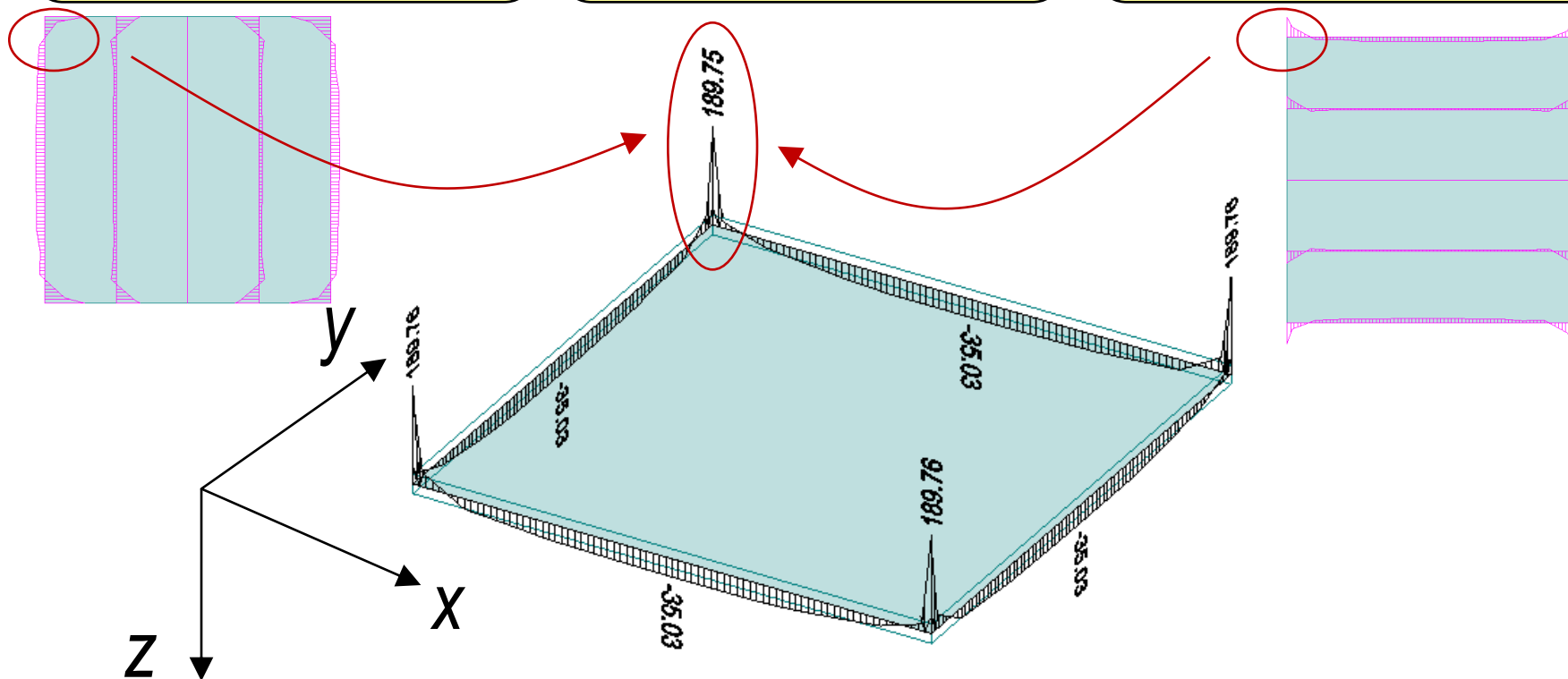
Kirchhoff forces

Kirchhoff-féle peremerők

X irányú fajlagos
nyíróerő v_x [kN/m]
Y irányú eloszlása

Z irányú
fajlagos reakcióerők
 r_z [kN/m]

Y irányú fajlagos
nyíróerő v_y [kN/m]
X irányú eloszlása



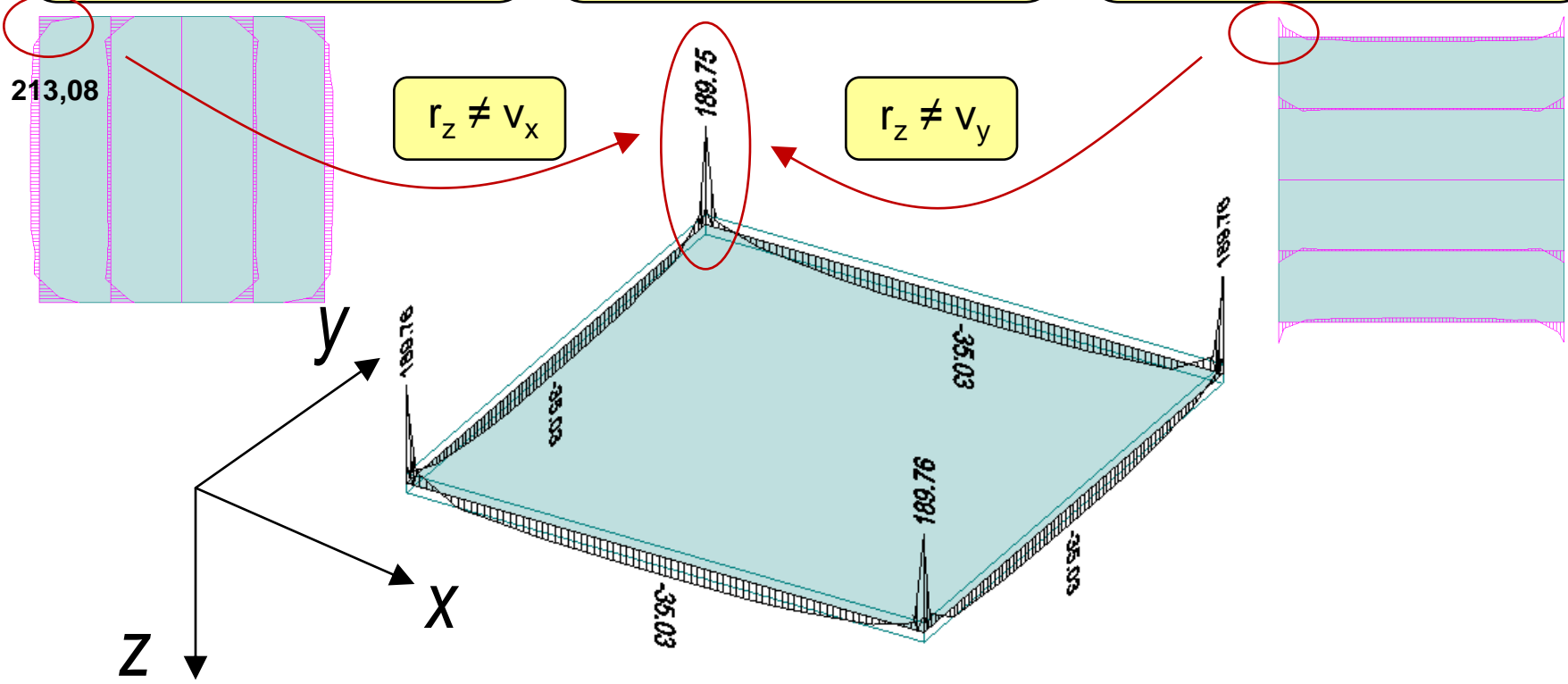
Kirchhoff forces

Kirchhoff-féle peremerők

X irányú fajlagos nyíróerő v_x [kN/m]
Y irányú eloszlása

Z irányú fajlagos reakcióerők r_z [kN/m]

Y irányú fajlagos nyíróerő v_y [kN/m]
X irányú eloszlása

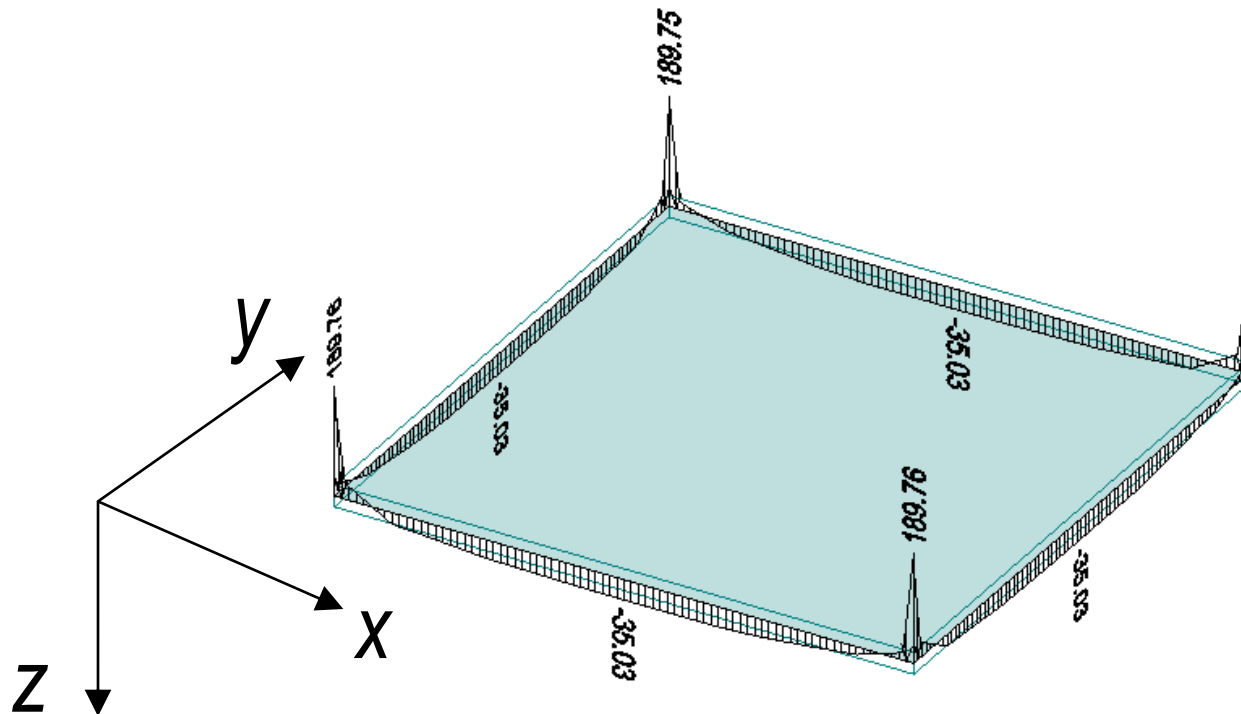


Kirchhoff forces

Kirchhoff-féle peremerők

Kirchhoff féle peremerők

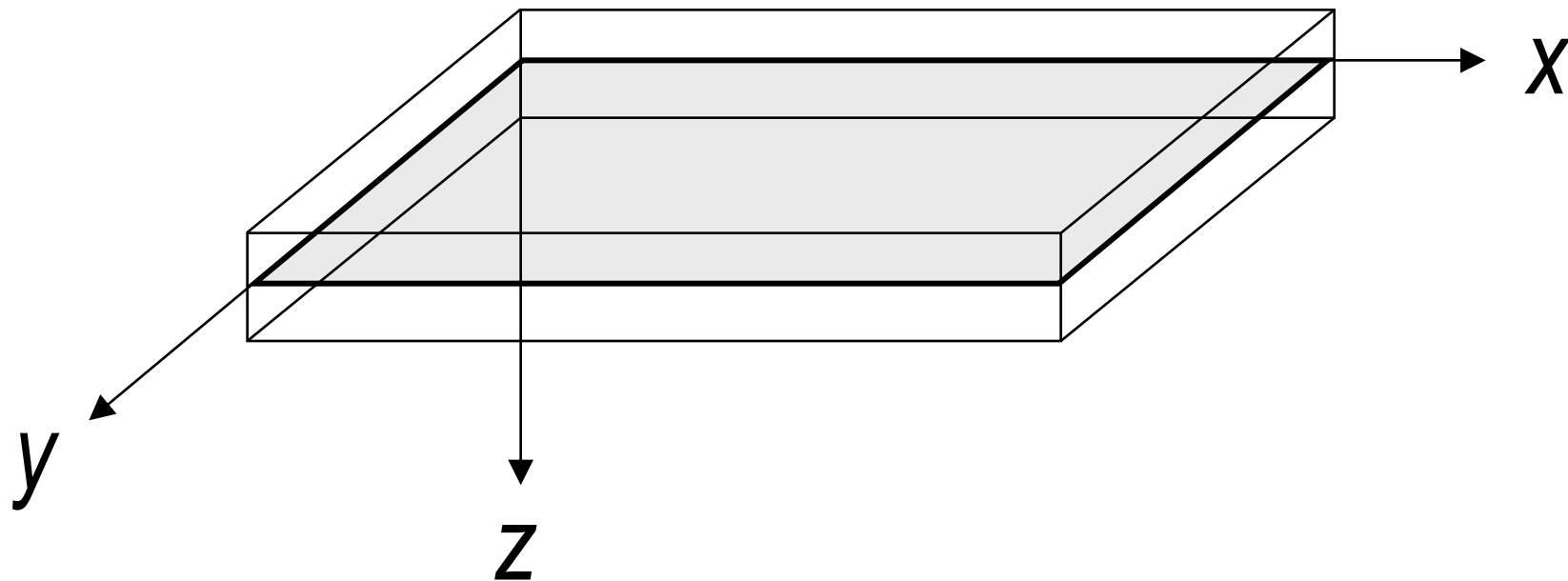
$$r_{zy} = v_x - \frac{\partial m_{xy}}{\partial y} = -K \cdot \left[\frac{\partial^3 w}{\partial x^3} + (2 - \mu_c) \cdot \frac{\partial^3 w}{\partial x \cdot \partial y^2} \right] \quad r_{zx} = v_y - \frac{\partial m_{yx}}{\partial x} = -K \cdot \left[\frac{\partial^3 w}{\partial y^3} + (2 - \mu_c) \cdot \frac{\partial^3 w}{\partial y \cdot \partial x^2} \right]$$



Kirchhoff forces – Concentrated force at the corner

Kirchhoff-féle peremerők – Sarokban ébredő koncentrált erő

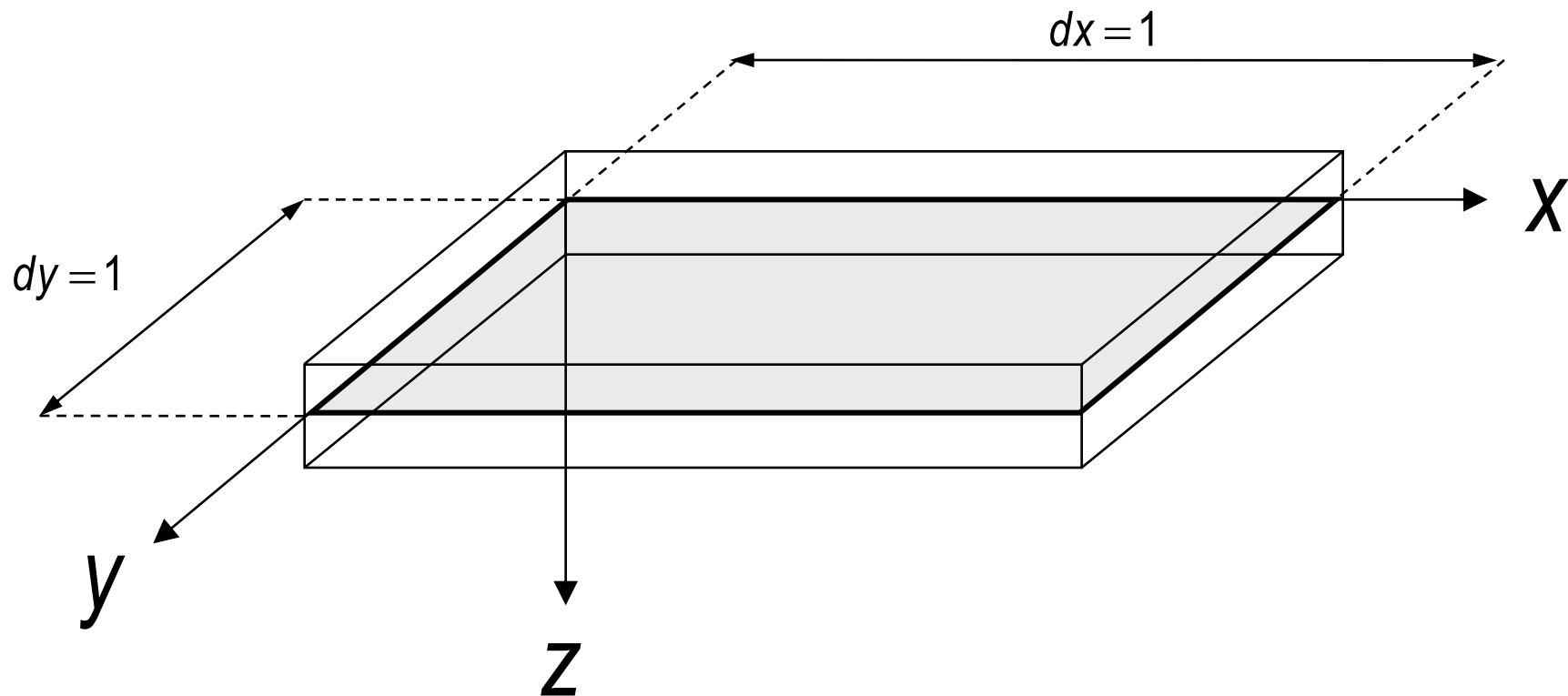
Felemelkedésében gátolt peremű szabadon feltámaszkodó lemez sarkainál ébredő koncentrált reakcióerő a Kirchhoff féle peremerők alapján



Kirchhoff forces – Concentrated force at the corner

Kirchhoff-féle peremerők – Sarokban ébredő koncentrált erő

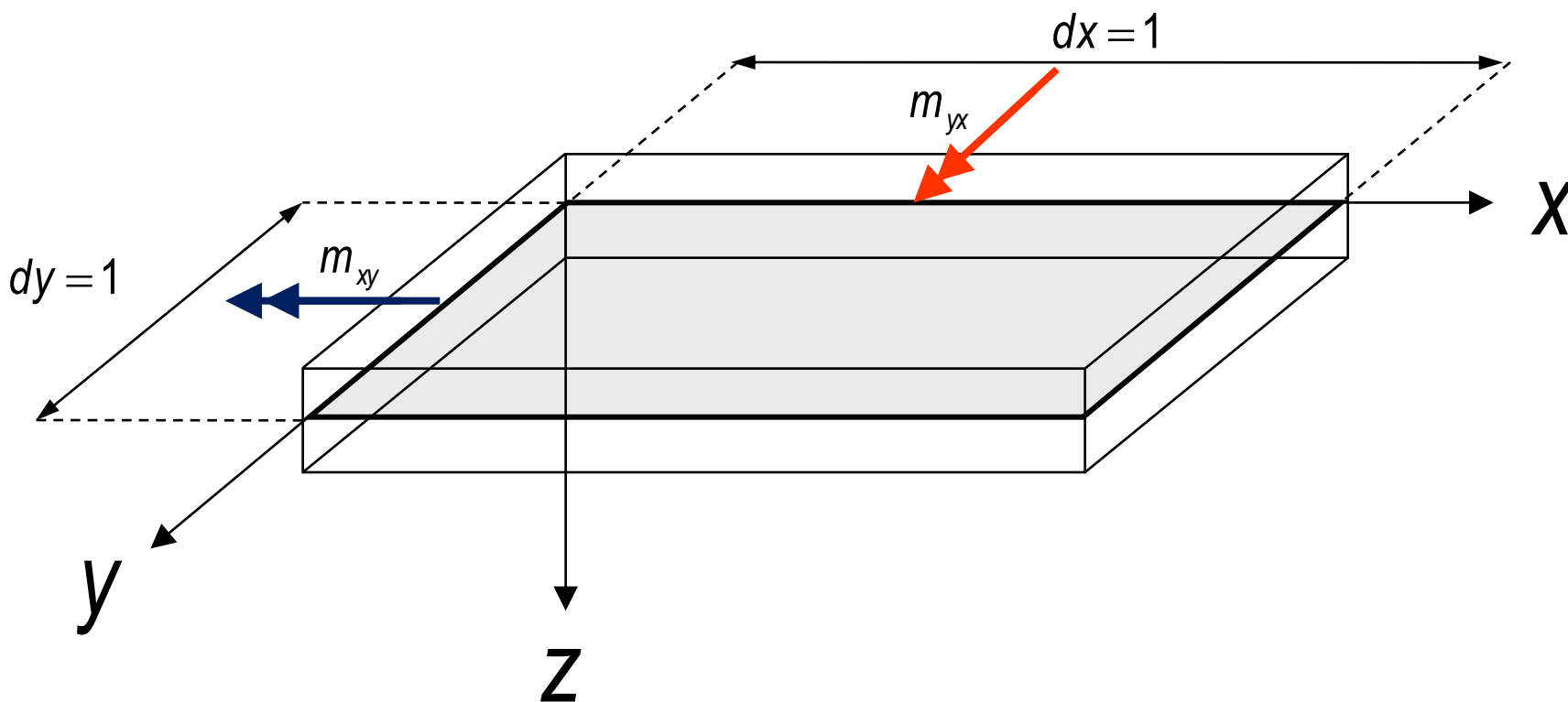
Felemelkedésében gátolt peremű szabadon feltámaszkodó lemez sarkainál ébredő koncentrált reakcióerő a Kirchhoff féle peremerők alapján



Kirchhoff forces – Concentrated force at the corner

Kirchhoff-féle peremerők – Sarokban ébredő koncentrált erő

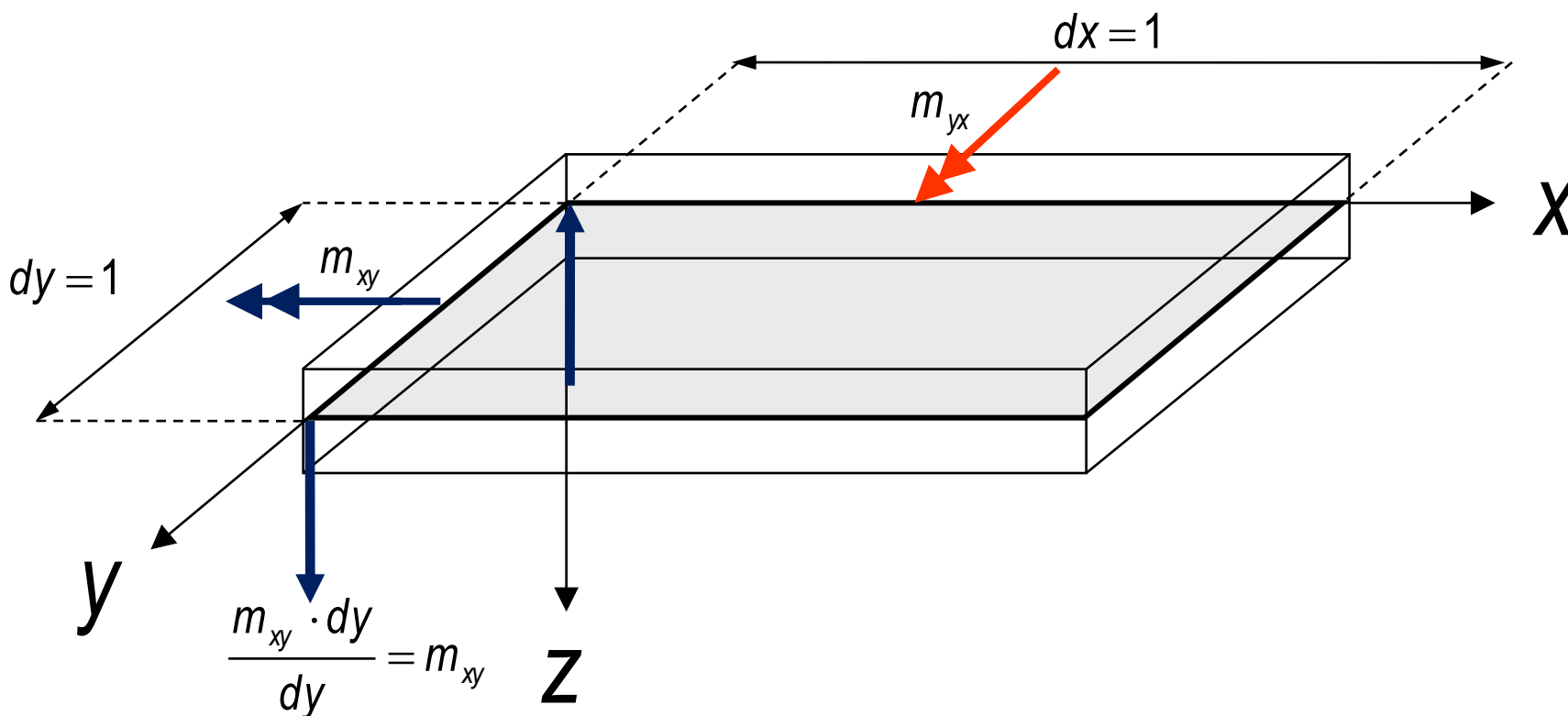
Felemelkedésében gátolt peremű szabadon feltámaszkodó lemez sarkainál ébredő koncentrált reakcióerő a Kirchhoff féle peremerők alapján



Kirchhoff forces – Concentrated force at the corner

Kirchhoff-féle peremerők – Sarokban ébredő koncentrált erő

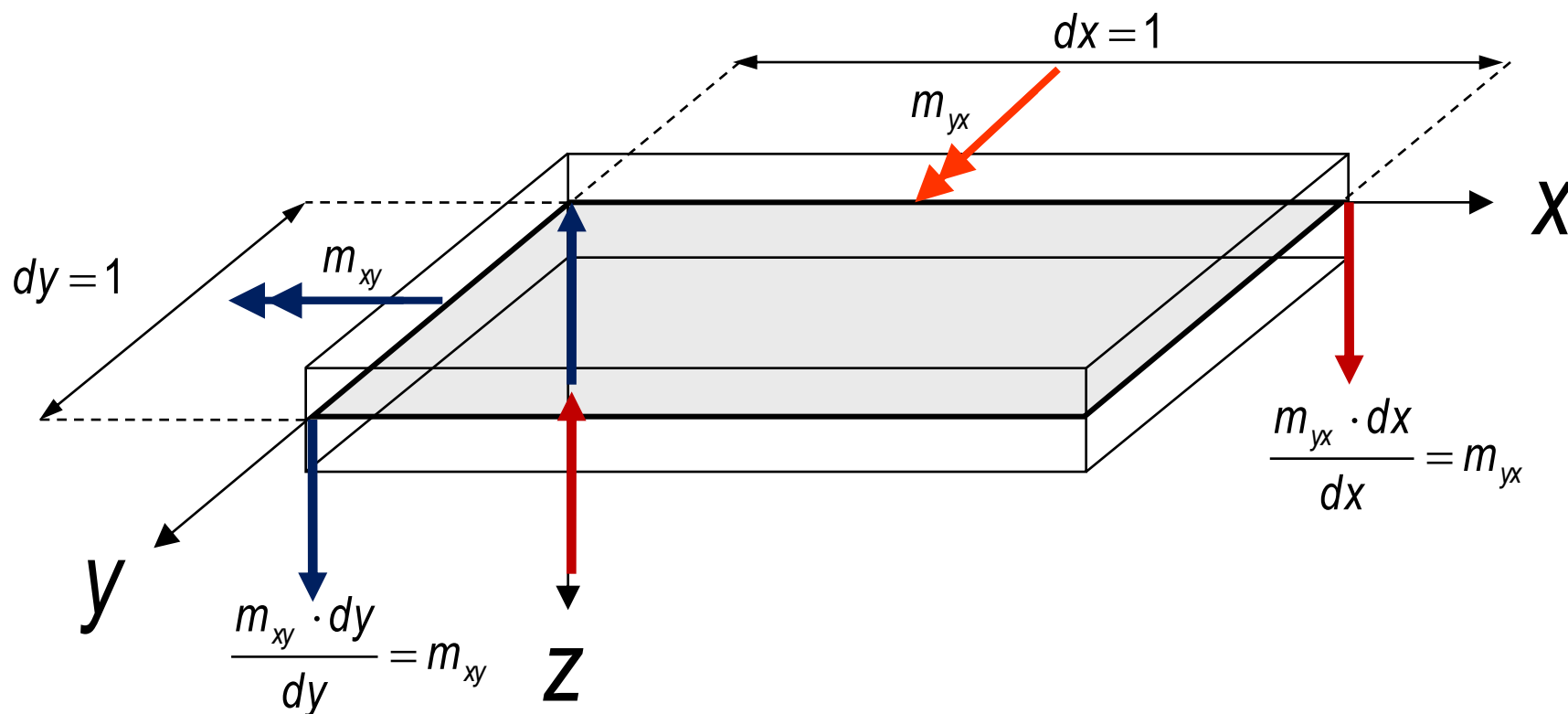
Felemelkedésében gátolt peremű szabadon feltámaszkodó lemez sarkainál ébredő koncentrált reakcióerő a Kirchhoff féle peremerők alapján



Kirchhoff forces – Concentrated force at the corner

Kirchhoff-féle peremerők – Sarokban ébredő koncentrált erő

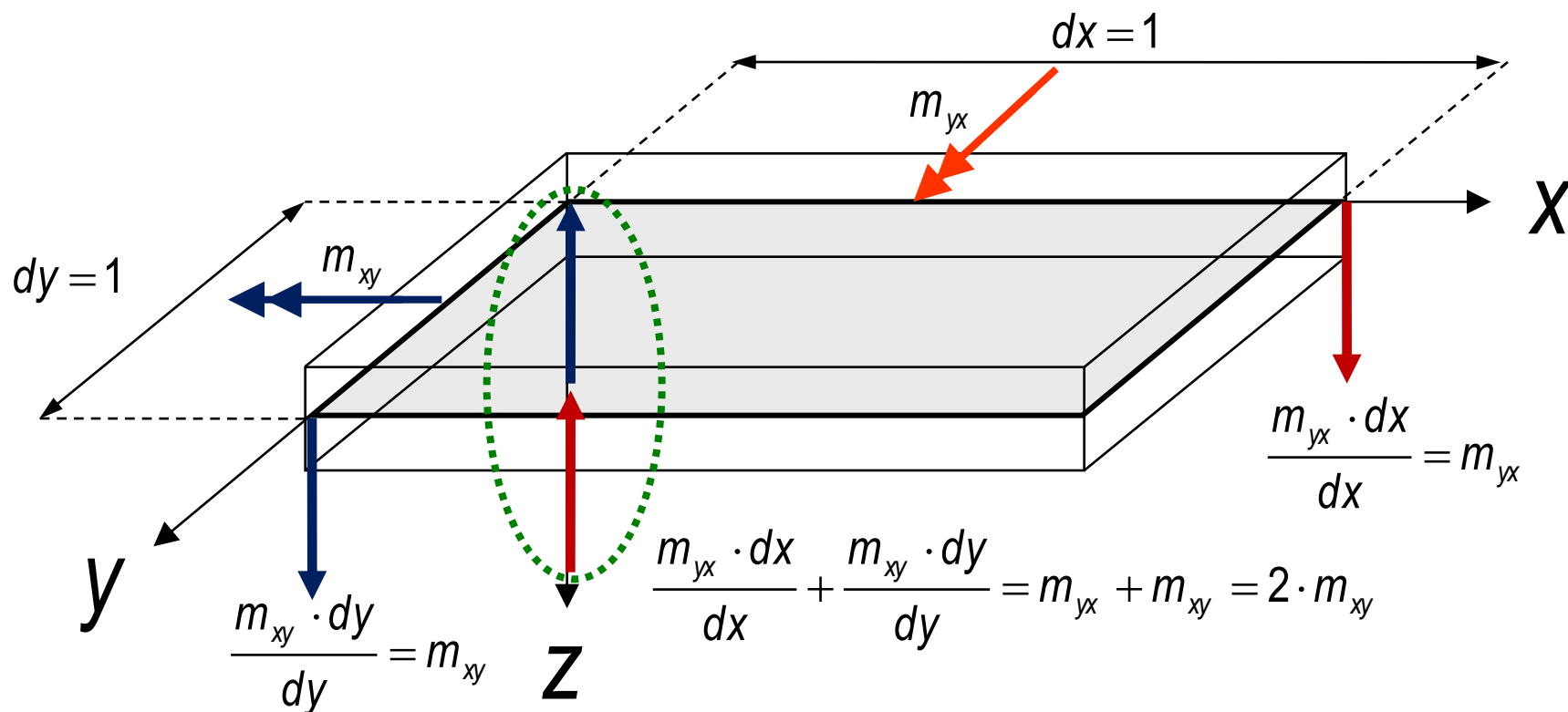
Felemelkedésében gátolt peremű szabadon feltámaszkodó lemez sarkainál ébredő koncentrált reakcióerő a Kirchhoff féle peremerők alapján



Kirchhoff forces – Concentrated force at the corner

Kirchhoff-féle peremerők – Sarokban ébredő koncentrált erő

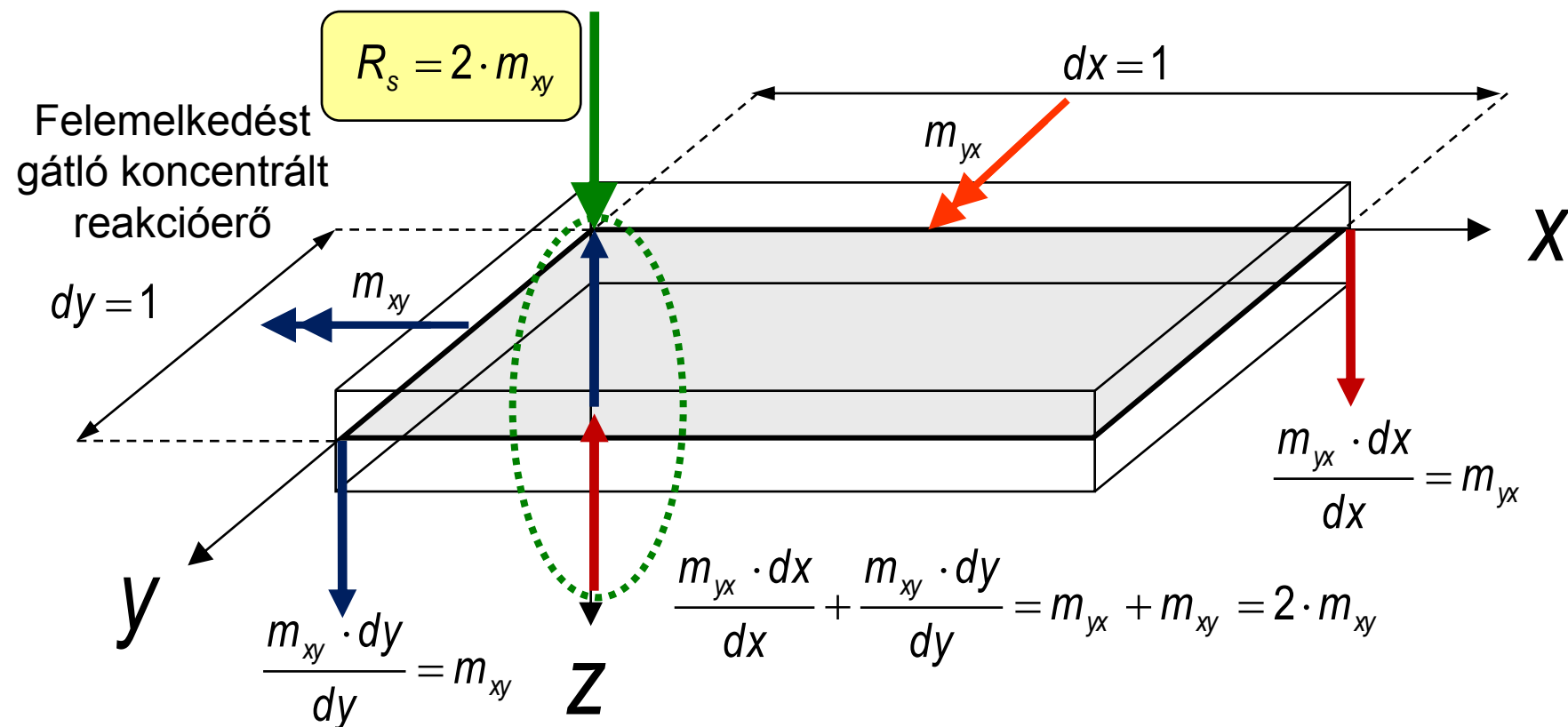
Felemelkedésében gátolt peremű szabadon feltámaszkodó lemez sarkainál ébredő koncentrált reakcióerő a Kirchhoff féle peremerők alapján



Kirchhoff forces – Concentrated force at the corner

Kirchhoff-féle peremerők – Sarokban ébredő koncentrált erő

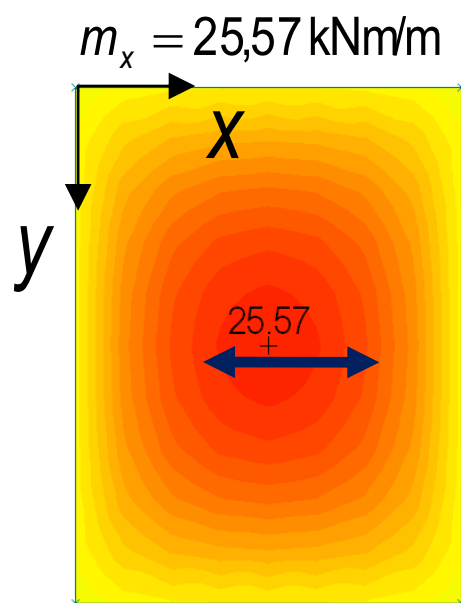
Felemelkedésében gátolt peremű szabadon feltámaszkodó lemez sarkainál ébredő koncentrált reakcióerő a Kirchhoff féle peremerők alapján



2. Example: Simple supports, $L_x = 6,00$ m, $L_y = 8,00$ m, $p = 10$ kN/m², $\mu_c = 0,20$

2. Példa: Csuklós peremek, $L_x = 6,00$ m, $L_y = 8,00$ m, $p = 10$ kN/m², $\mu_c = 0,20$

X irányú
fajlagos hajlítónyomaték
 m_x [kNm/m]

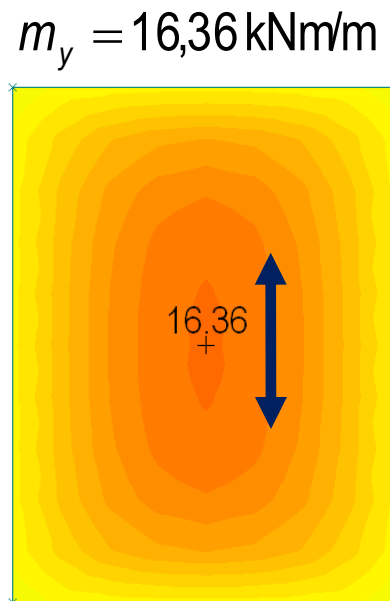
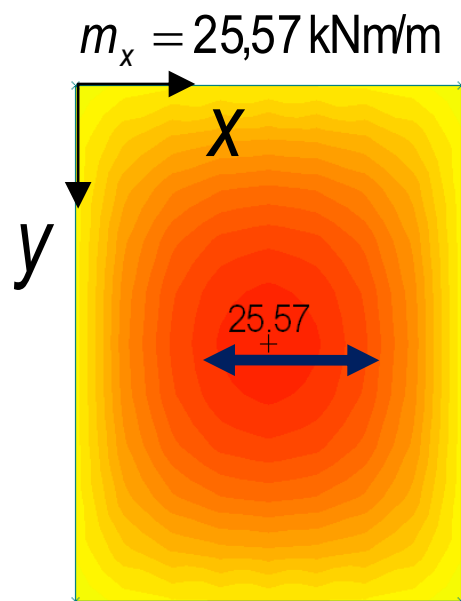


2. Example: Simple supports, $L_x = 6,00$ m, $L_y = 8,00$ m, $p = 10$ kN/m², $\mu_c = 0,20$

2. Példa: Csuklós peremek, $L_x = 6,00$ m, $L_y = 8,00$ m, $p = 10$ kN/m², $\mu_c = 0,20$

X irányú
fajlagos hajlítónyomaték
 m_x [kNm/m]

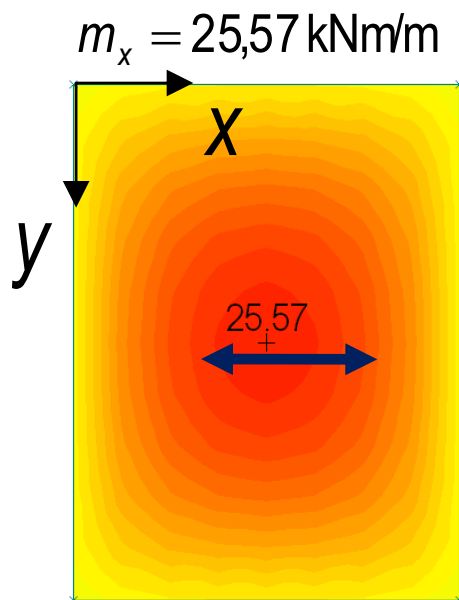
Y irányú
fajlagos hajlítónyomaték
 m_y [kNm/m]



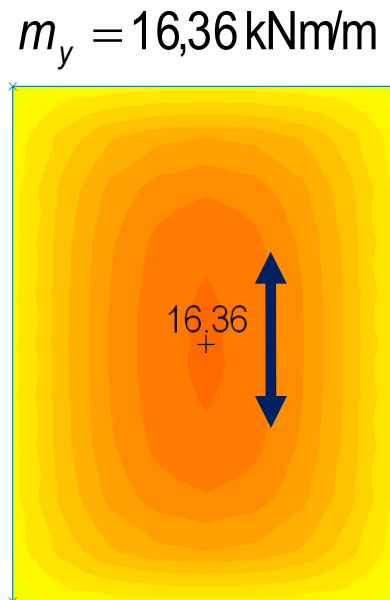
2. Example: Simple supports, $L_x = 6,00$ m, $L_y = 8,00$ m, $p = 10$ kN/m², $\mu_c = 0,20$

2. Példa: Csuklós peremek, $L_x = 6,00$ m, $L_y = 8,00$ m, $p = 10$ kN/m², $\mu_c = 0,20$

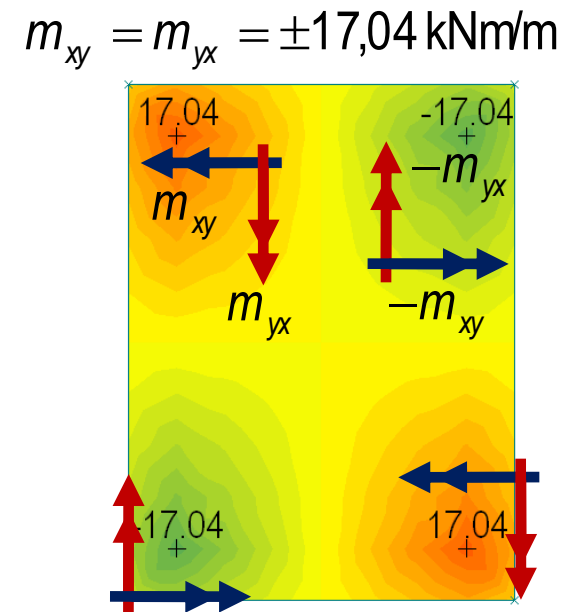
X irányú
fajlagos hajlítónyomaték
 m_x [kNm/m]



Y irányú
fajlagos hajlítónyomaték
 m_y [kNm/m]



X és Y irányú
fajlagos csavarónyomaték
 m_{xy}, m_{yx} [kNm/m]

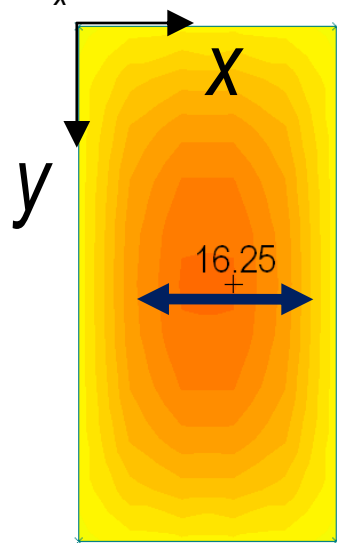


3. Example: Simple supports, $L_x = 4,00$ m, $L_y = 8,00$ m, $p = 10$ kN/m², $\mu_c = 0,20$

3. Példa: Csuklós peremek, $L_x = 4,00$ m, $L_y = 8,00$ m, $p = 10$ kN/m², $\mu_c = 0,20$

X irányú
fajlagos hajlítónyomaték
 m_x [kNm/m]

$$m_x = 16,25 \text{ kNm/m}$$

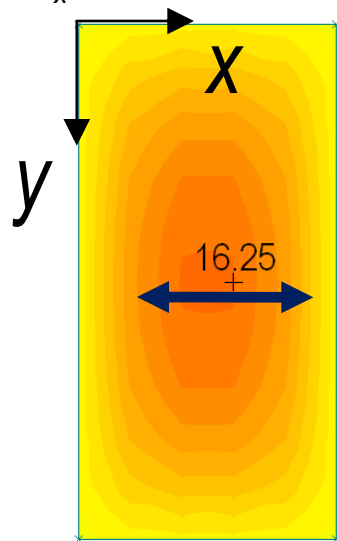


3. Example: Simple supports, $L_x = 4,00$ m, $L_y = 8,00$ m, $p = 10$ kN/m², $\mu_c = 0,20$

3. Példa: Csuklós peremek, $L_x = 4,00$ m, $L_y = 8,00$ m, $p = 10$ kN/m², $\mu_c = 0,20$

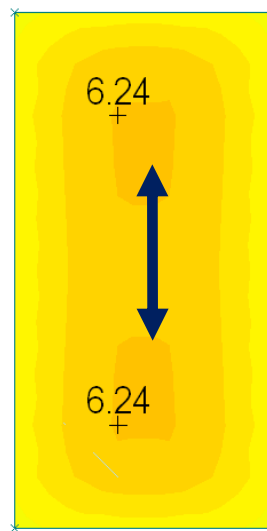
X irányú
fajlagos hajlítónyomaték
 m_x [kNm/m]

$$m_x = 16,25 \text{ kNm/m}$$



Y irányú
fajlagos hajlítónyomaték
 m_y [kNm/m]

$$m_y = 6,24 \text{ kNm/m}$$

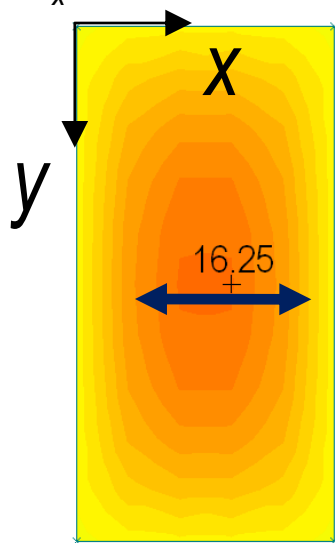


3. Example: Simple supports, $L_x = 4,00$ m, $L_y = 8,00$ m, $p = 10$ kN/m², $\mu_c = 0,20$

3. Példa: Csuklós peremek, $L_x = 4,00$ m, $L_y = 8,00$ m, $p = 10$ kN/m², $\mu_c = 0,20$

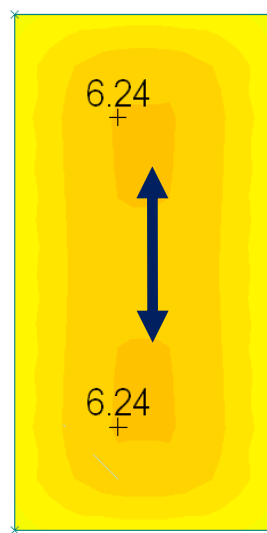
X irányú
fajlagos hajlítónyomaték
 m_x [kNm/m]

$$m_x = 16,25 \text{ kNm/m}$$



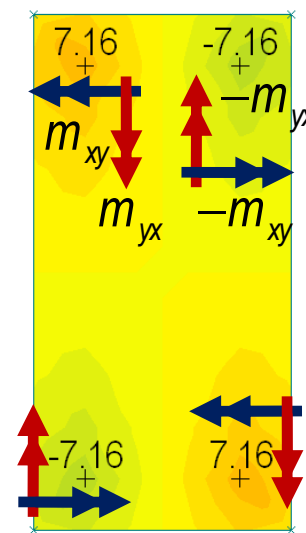
Y irányú
fajlagos hajlítónyomaték
 m_y [kNm/m]

$$m_y = 6,24 \text{ kNm/m}$$



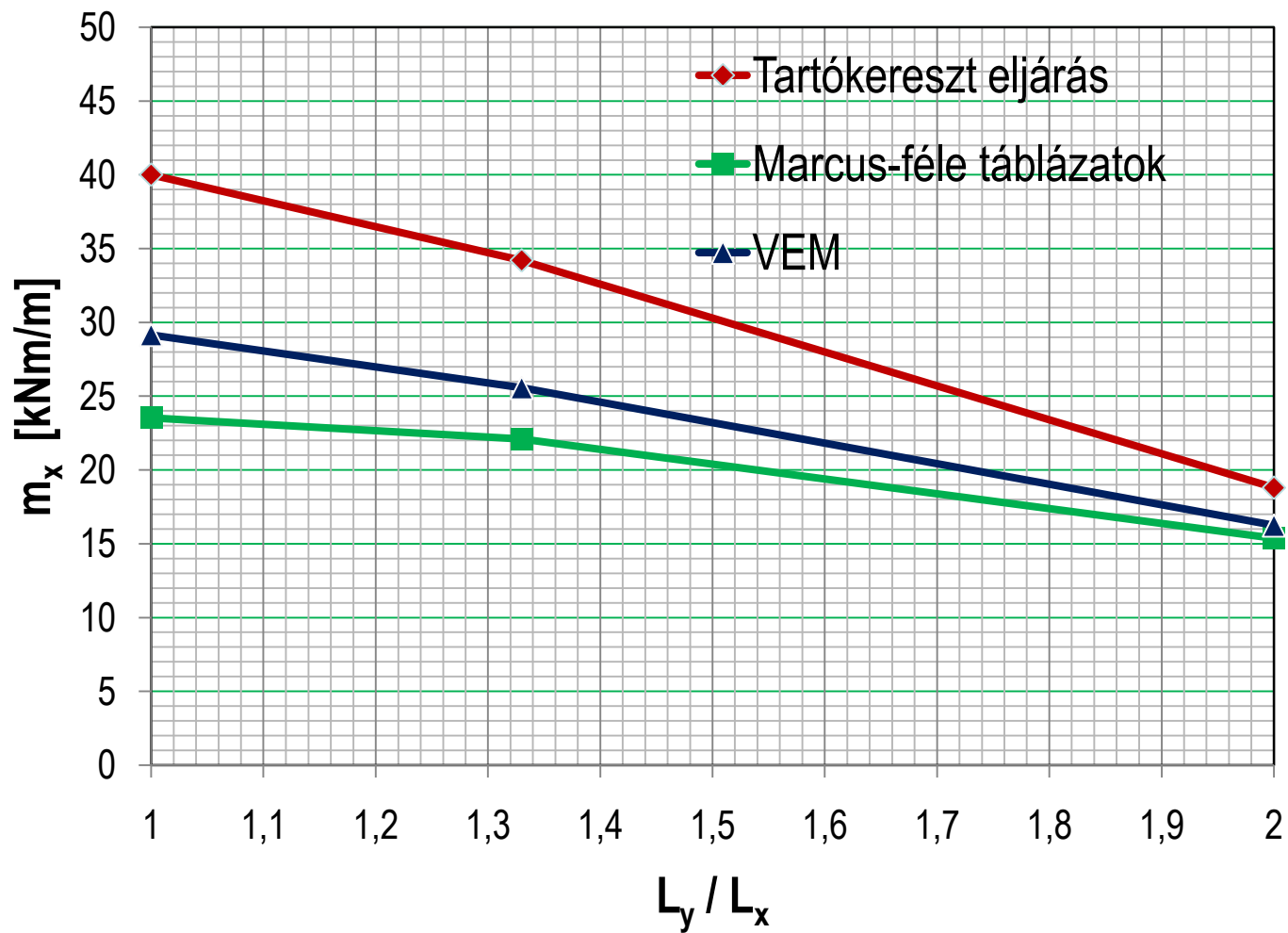
X és Y irányú
fajlagos csavarónyomaték
 m_{xy}, m_{yx} [kNm/m]

$$m_{xy} = m_{yx} = \pm 7,16 \text{ kNm/m}$$



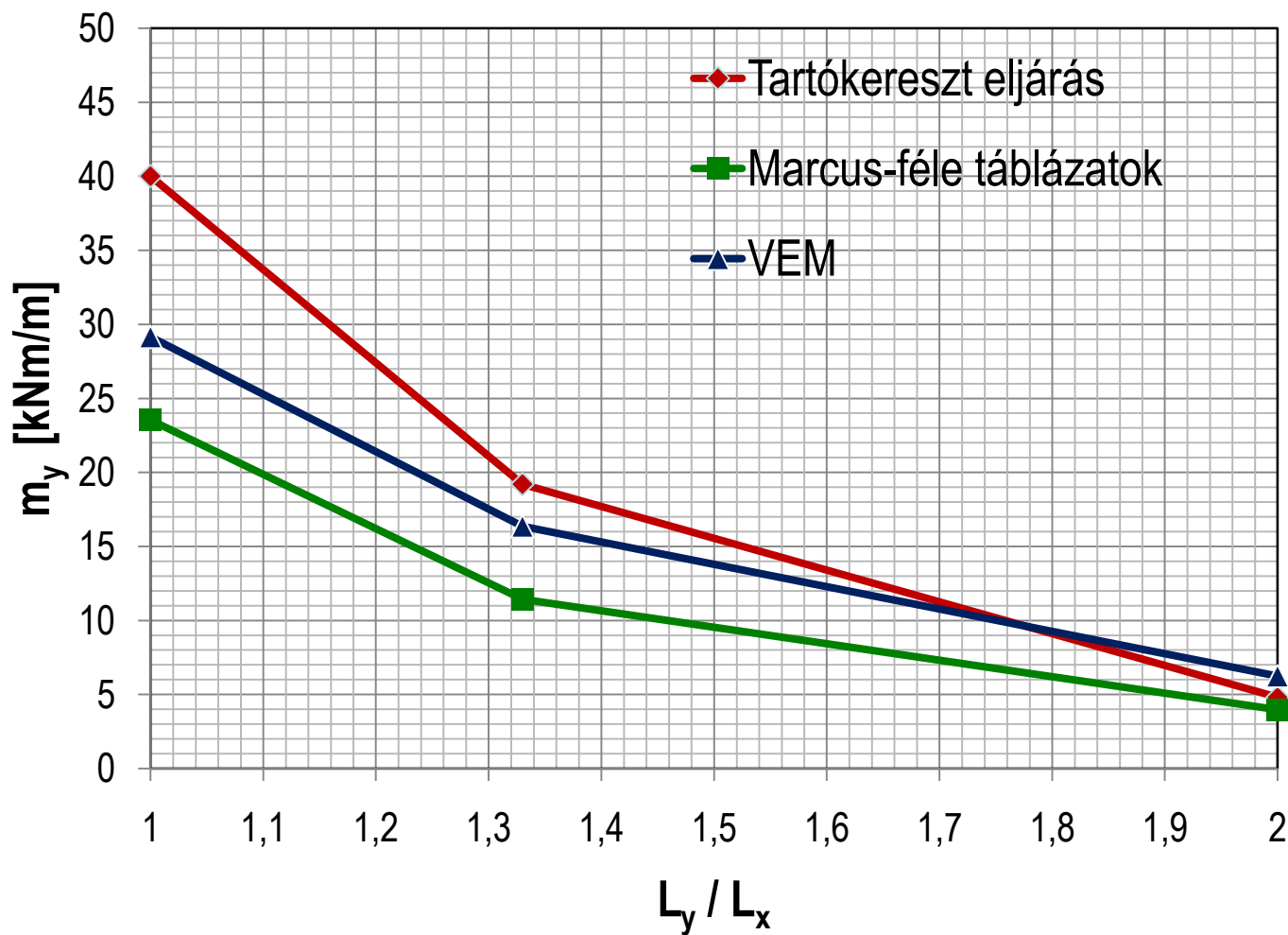
Strip method – Marcus type method - FEM

Tartósáv – Marcus-féle tartósáv – VEM



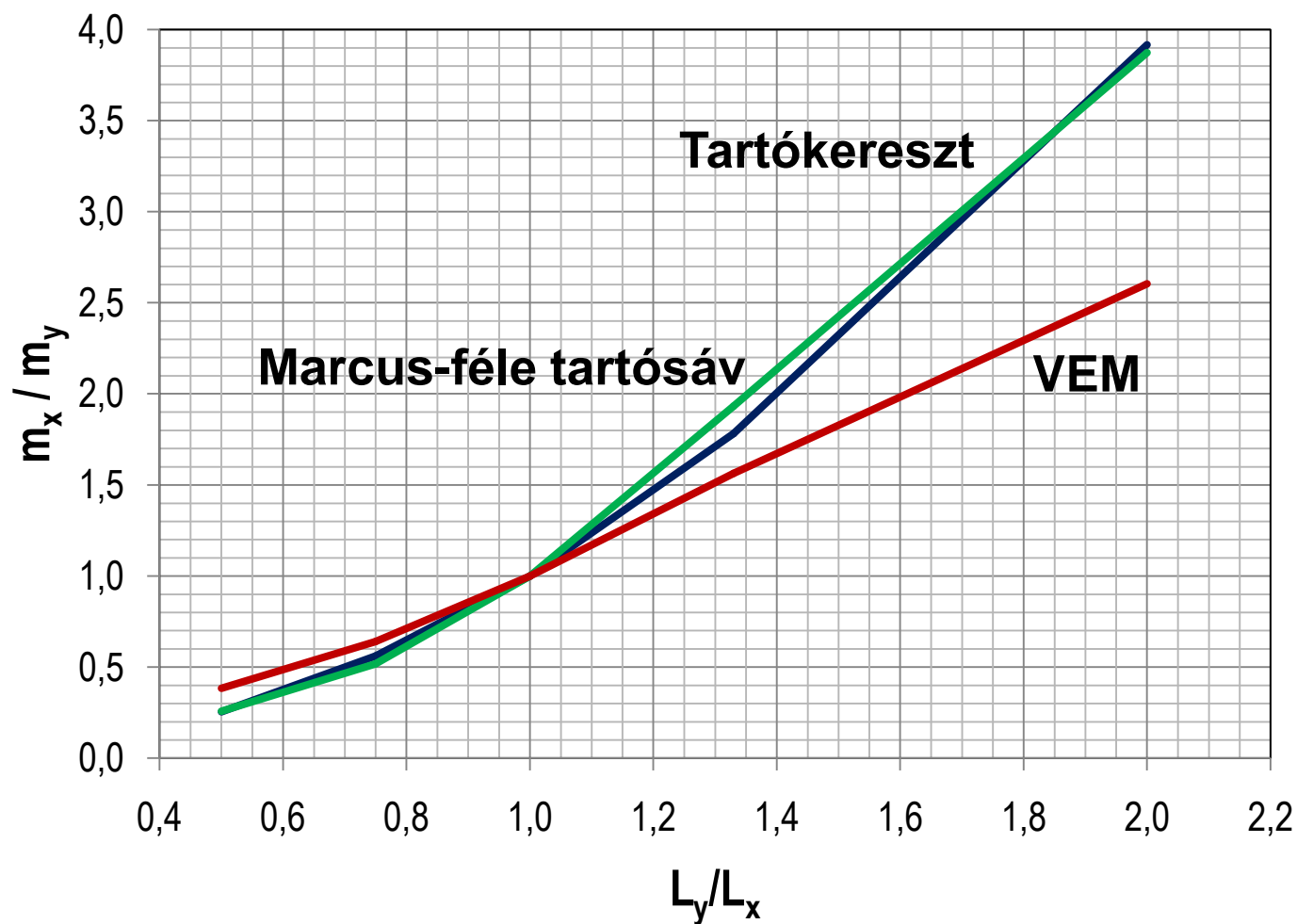
Strip method – Marcus type method - FEM

Tartósáv – Marcus-féle tartósáv – VEM



Strip method – Marcus type method - FEM

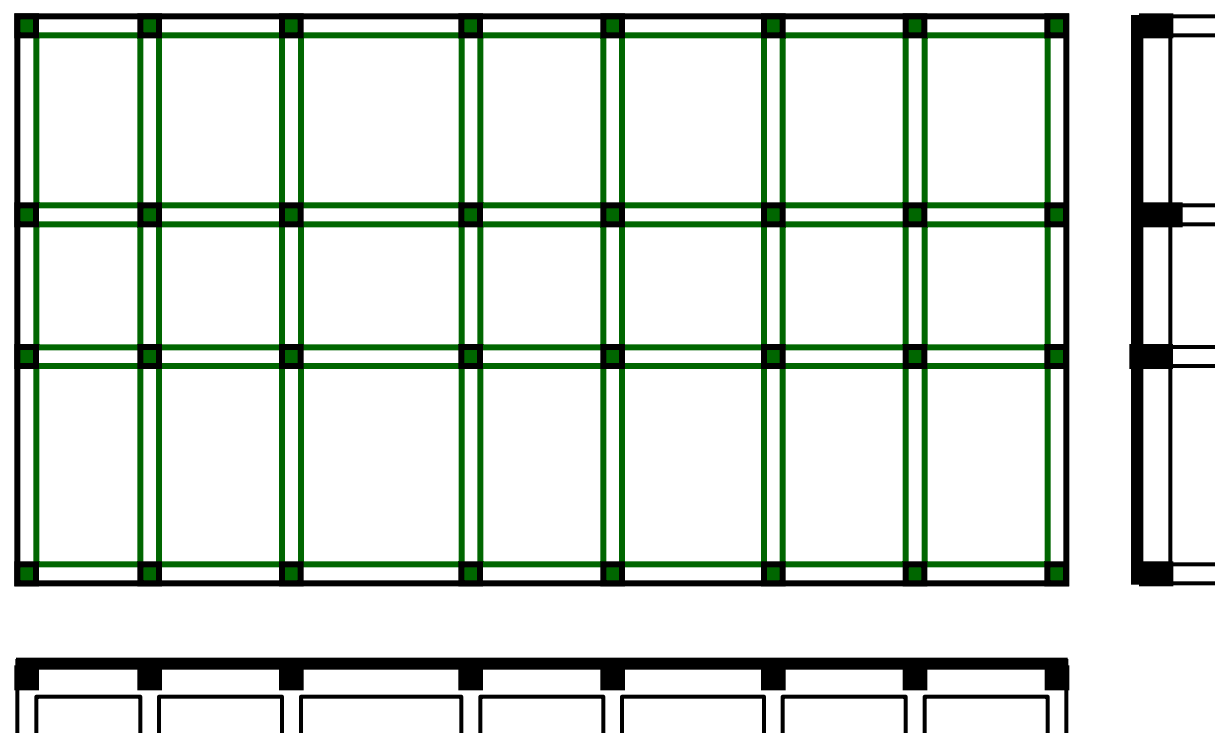
Tartósáv – Marcus-féle tartósáv – VEM



Bending moments of two-way slab system

Összetett lemezmezők hajlítónyomatékai

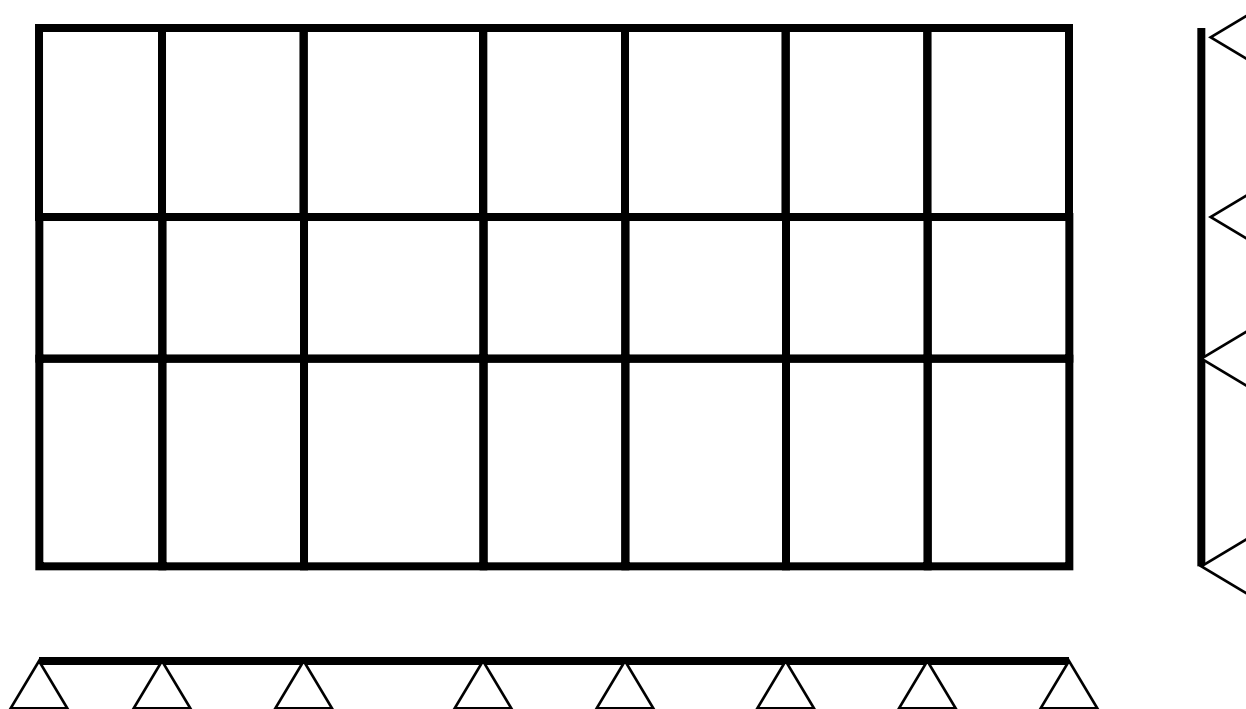
Födémszerkezet



Bending moments of two-way slab system

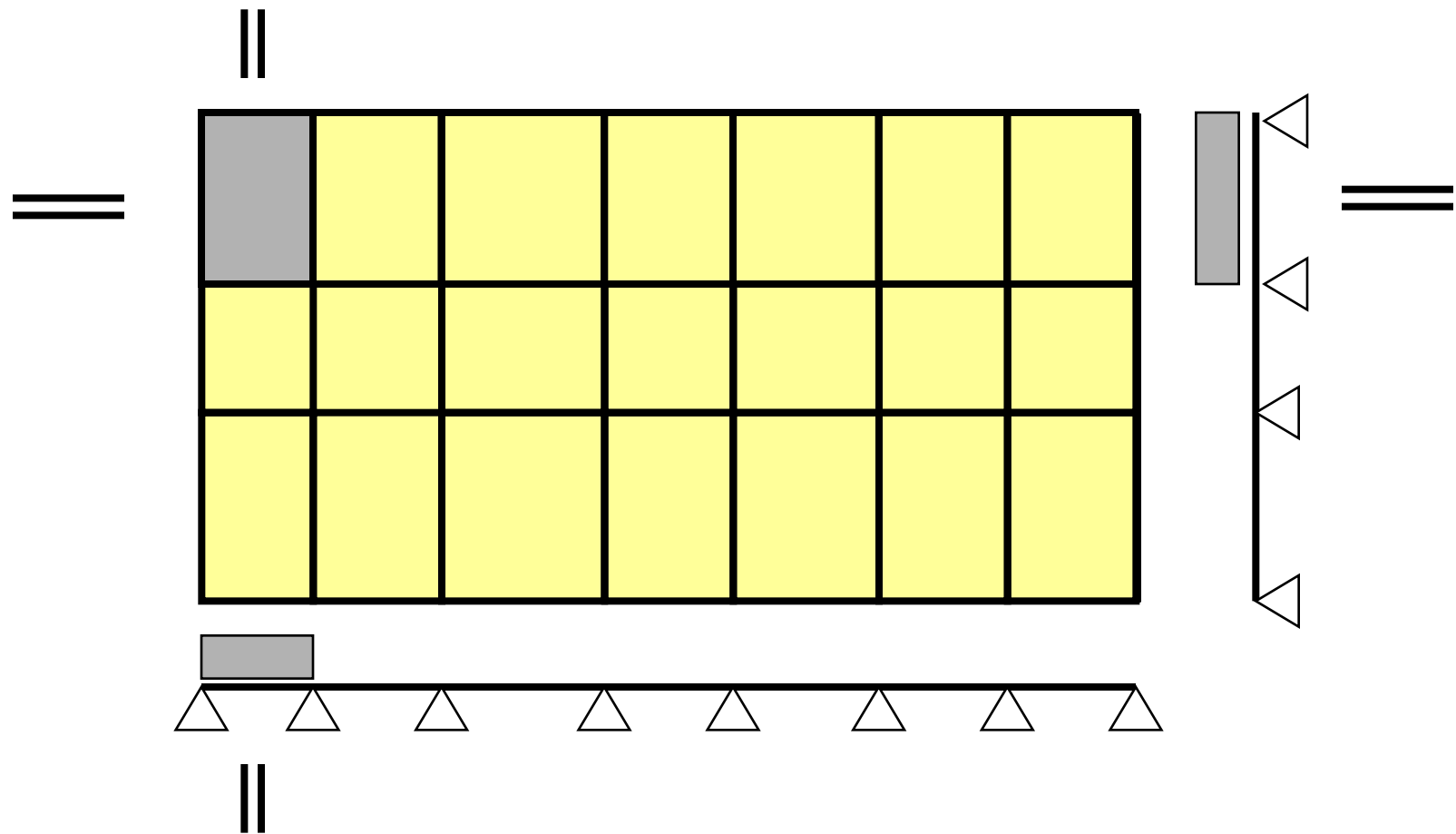
Összetett lemezmezők hajlítónyomatékai

Statikai váz



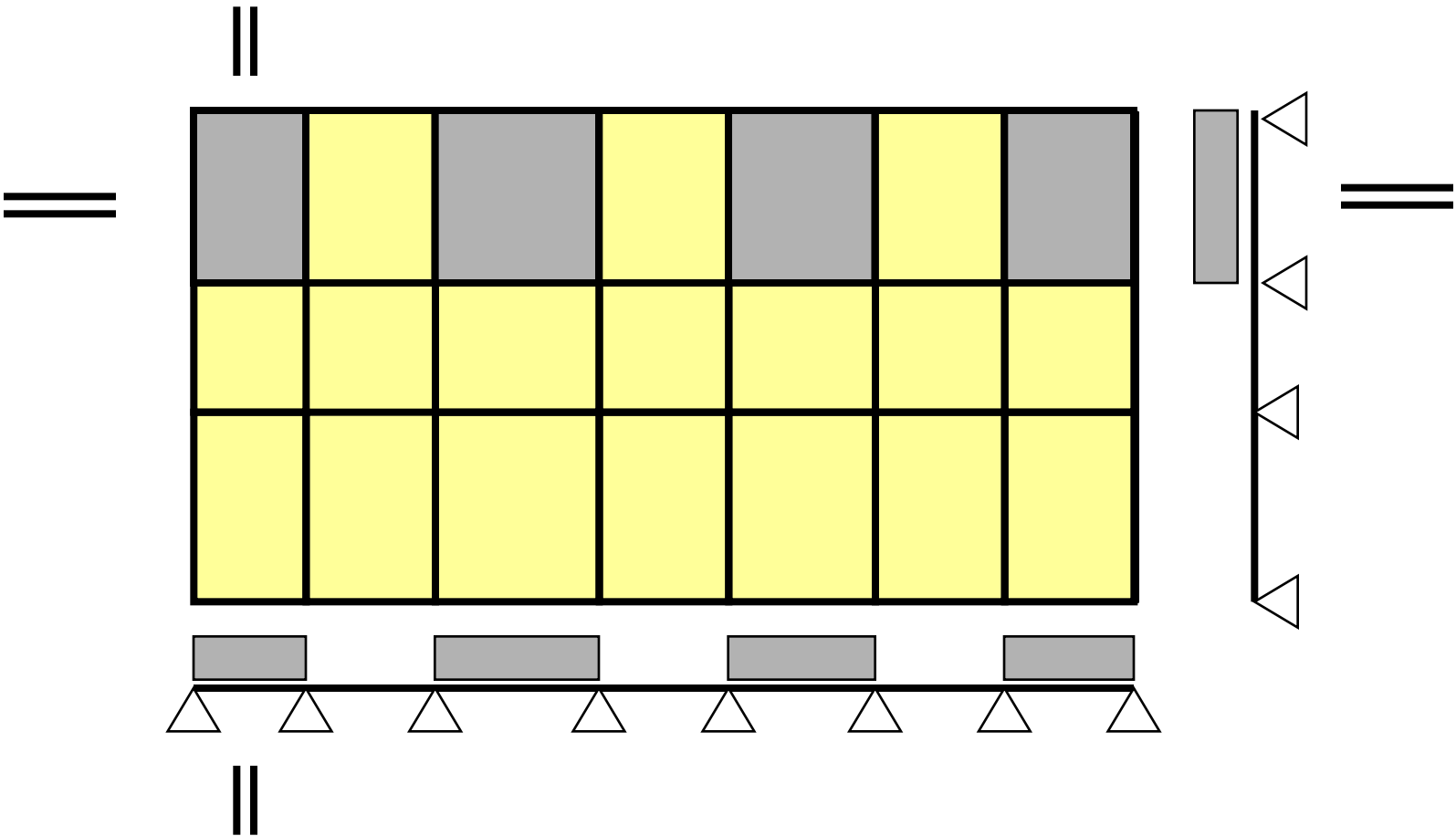
Bending moments of two-way slab system

Összetett lemezmezők hajlítónyomatékai



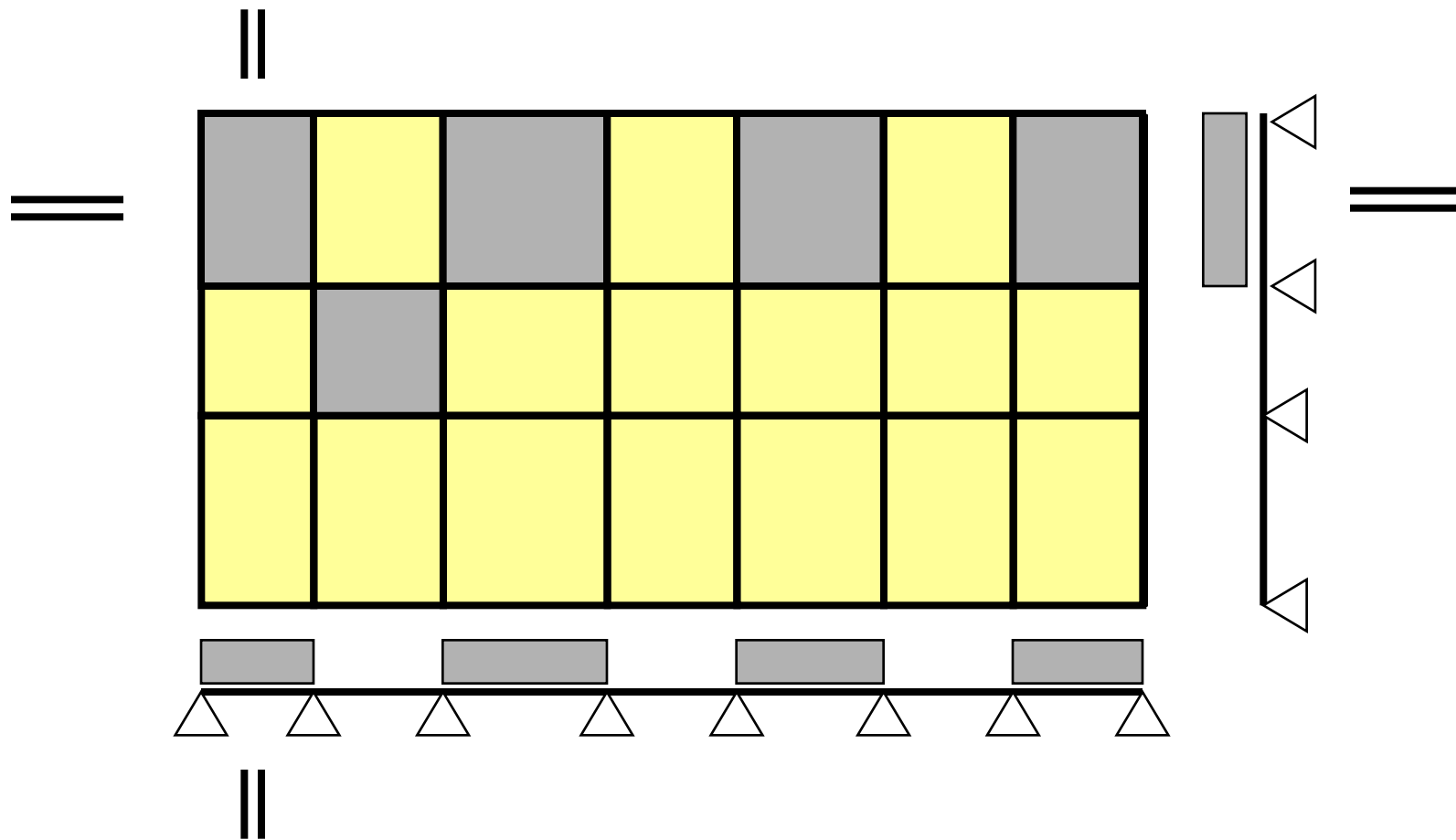
Bending moments of two-way slab system

Összetett lemezmezők hajlítónyomatékai



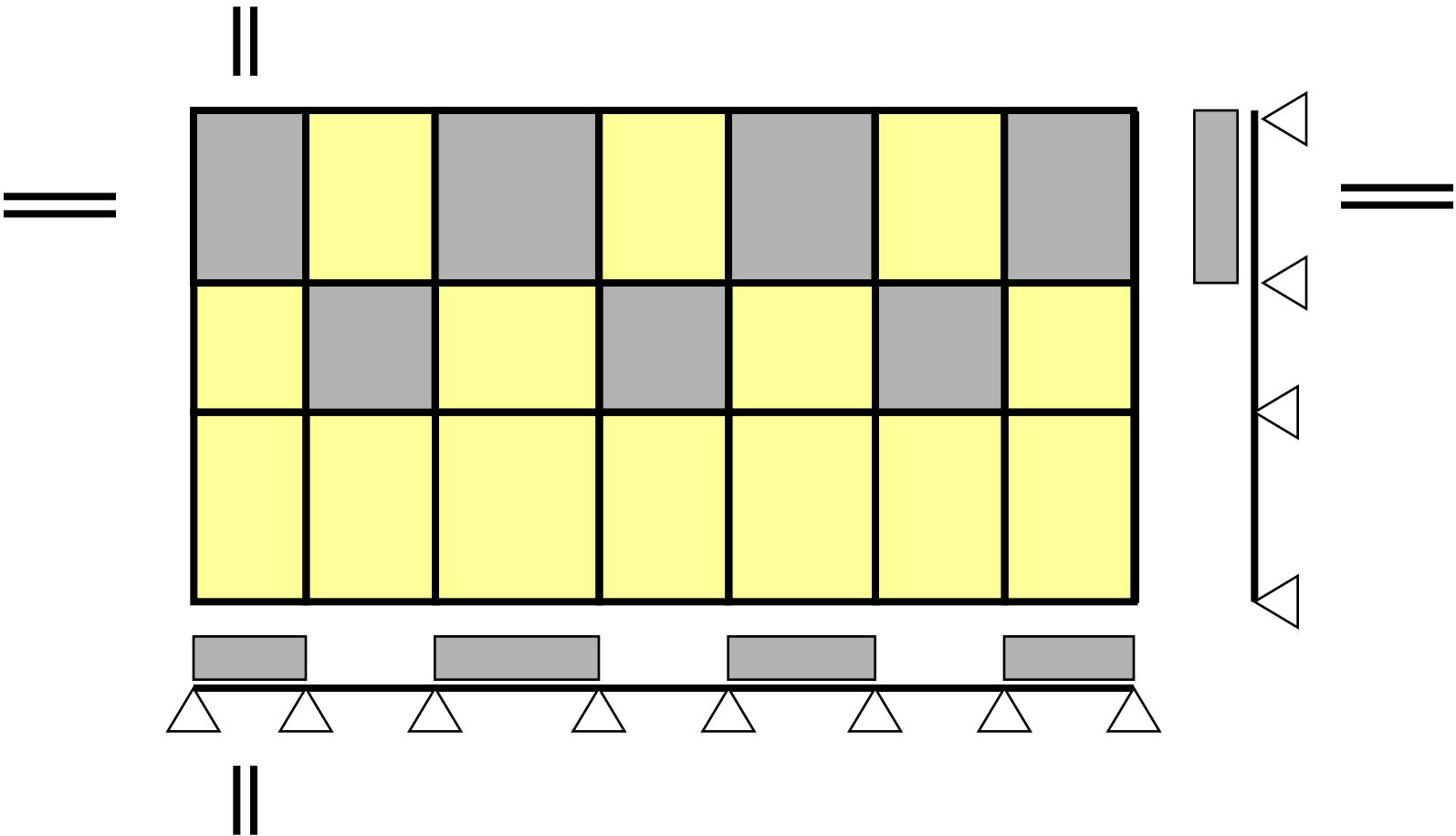
Bending moments of two-way slab system

Összetett lemezmezők hajlítónyomatékai



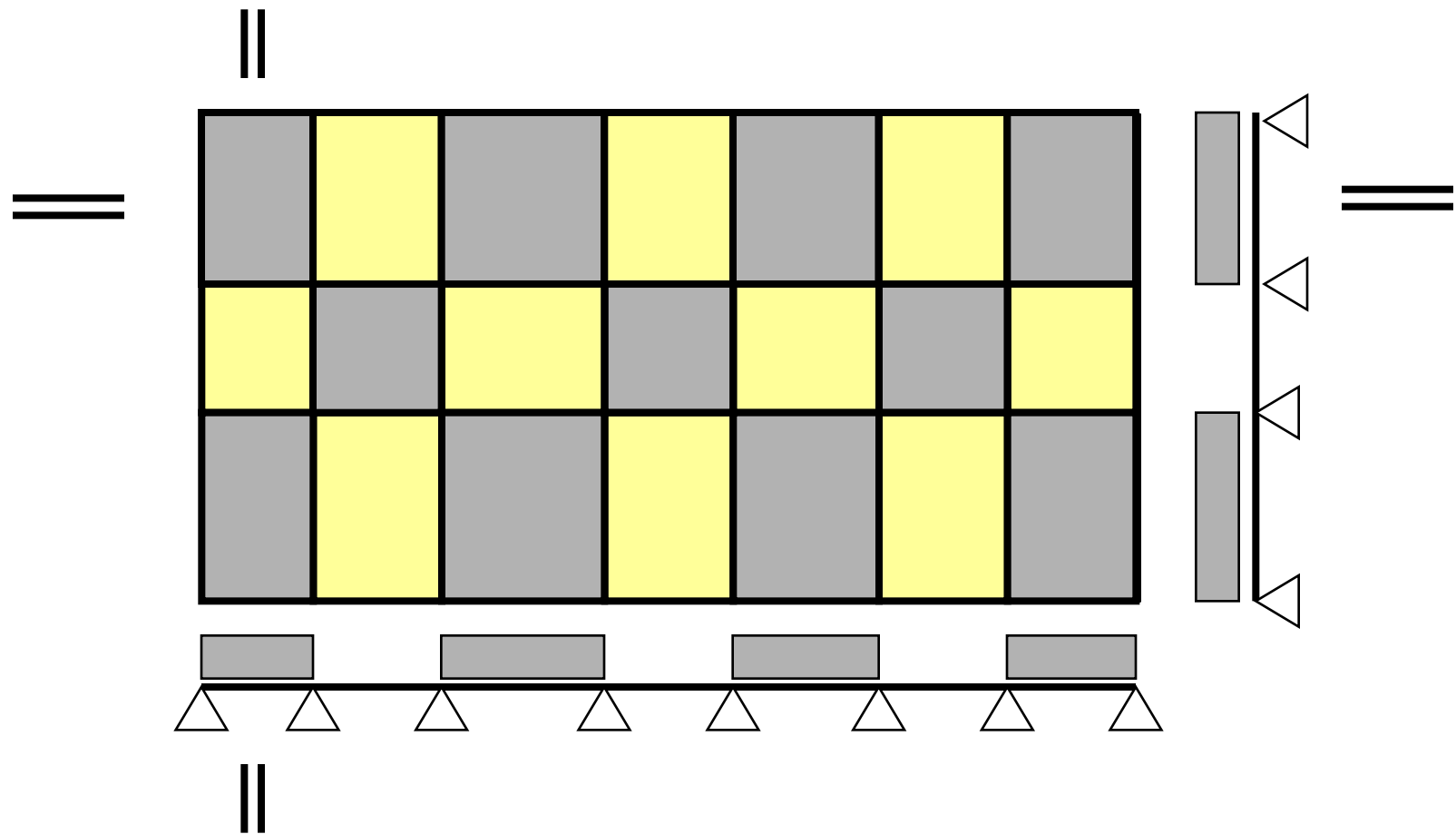
Bending moments of two-way slab system

Összetett lemezmezők hajlítónyomatékai



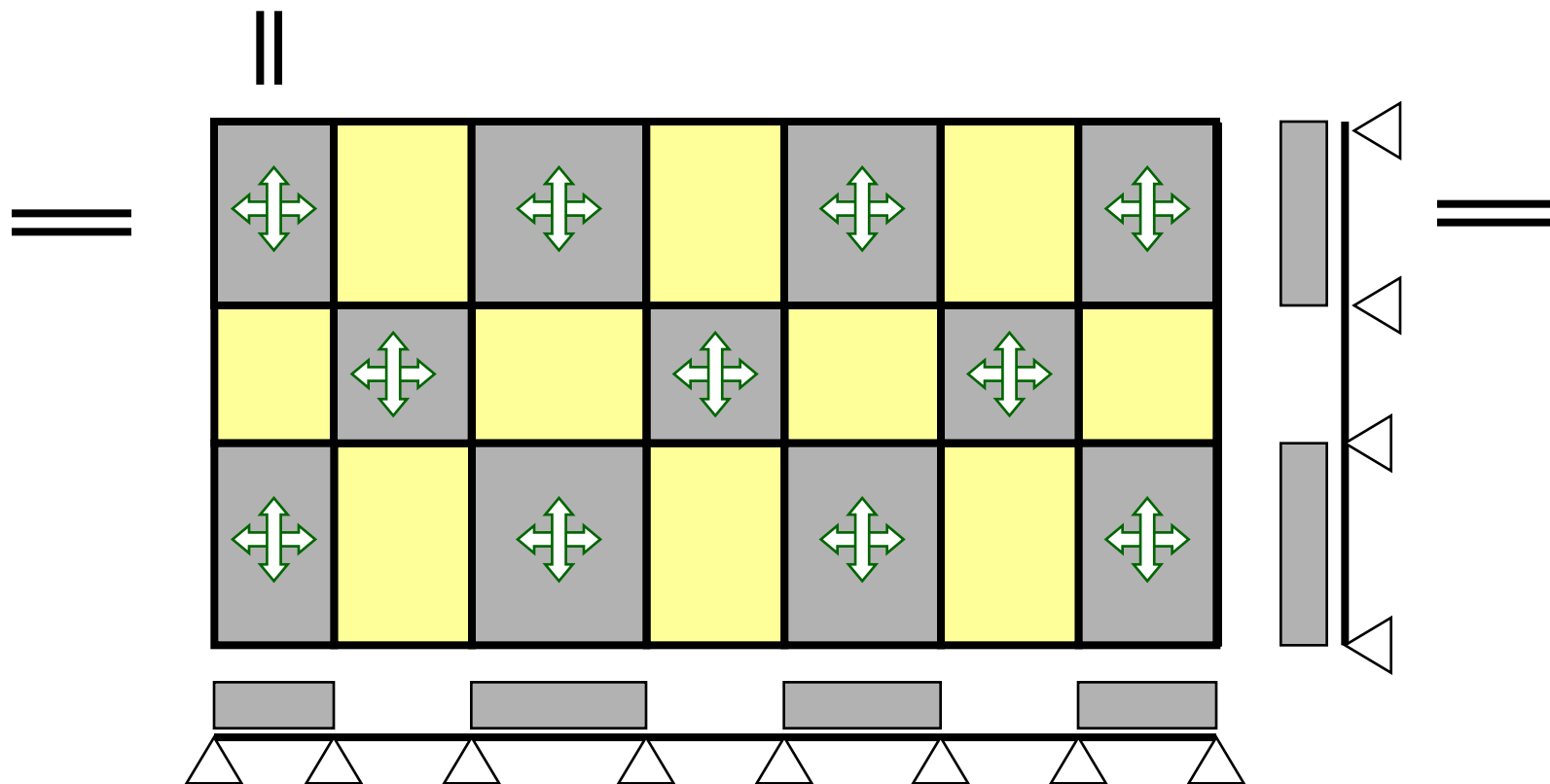
Bending moments of two-way slab system

Összetett lemezmezők hajlítónyomatékai



Bending moments of two-way slab system

Összetett lemezmezők hajlítónyomatékai

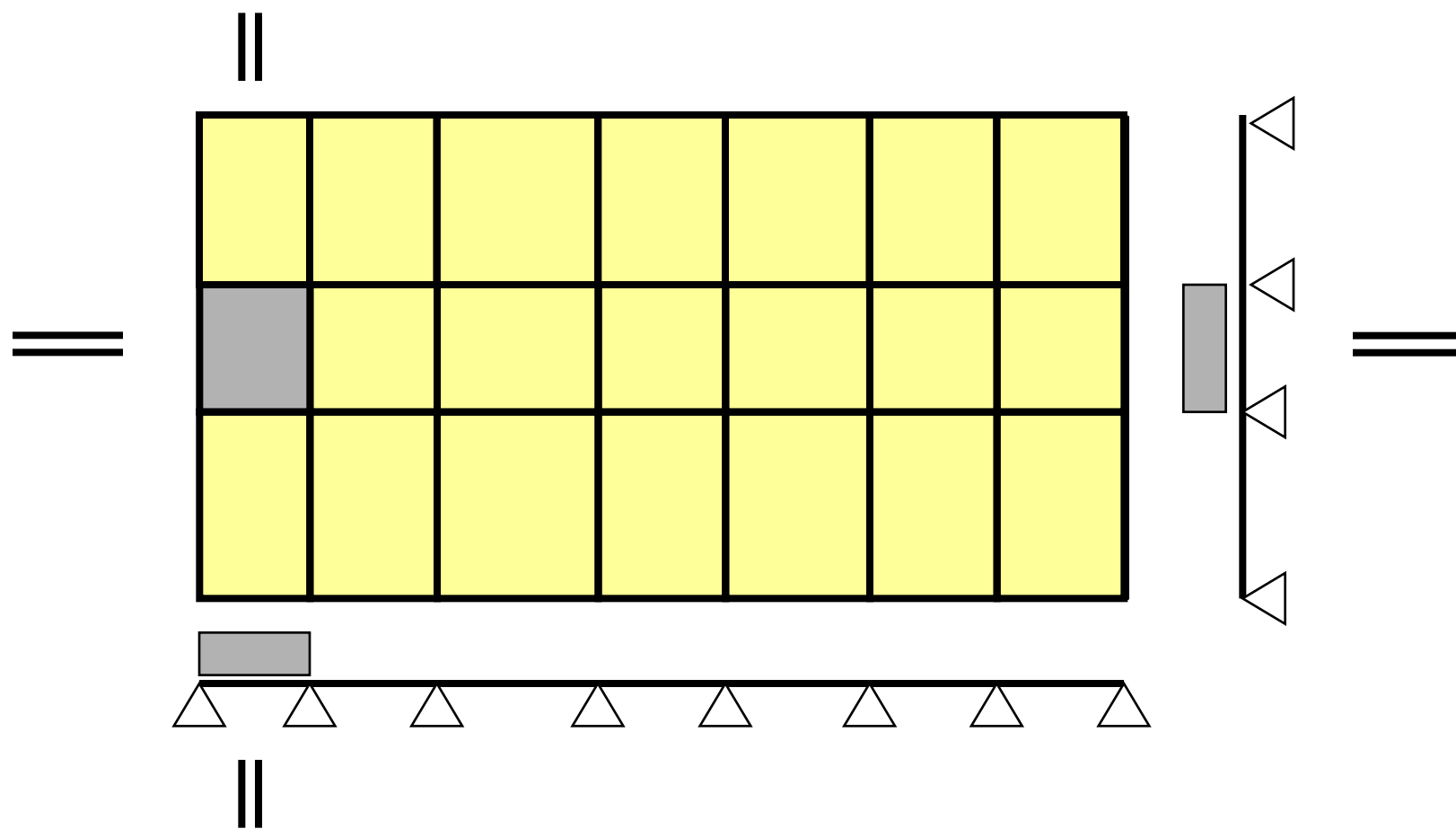


||

**X és Y irányú pozitív nyomatéki
szélsőértékek a sötétített mezőkben**

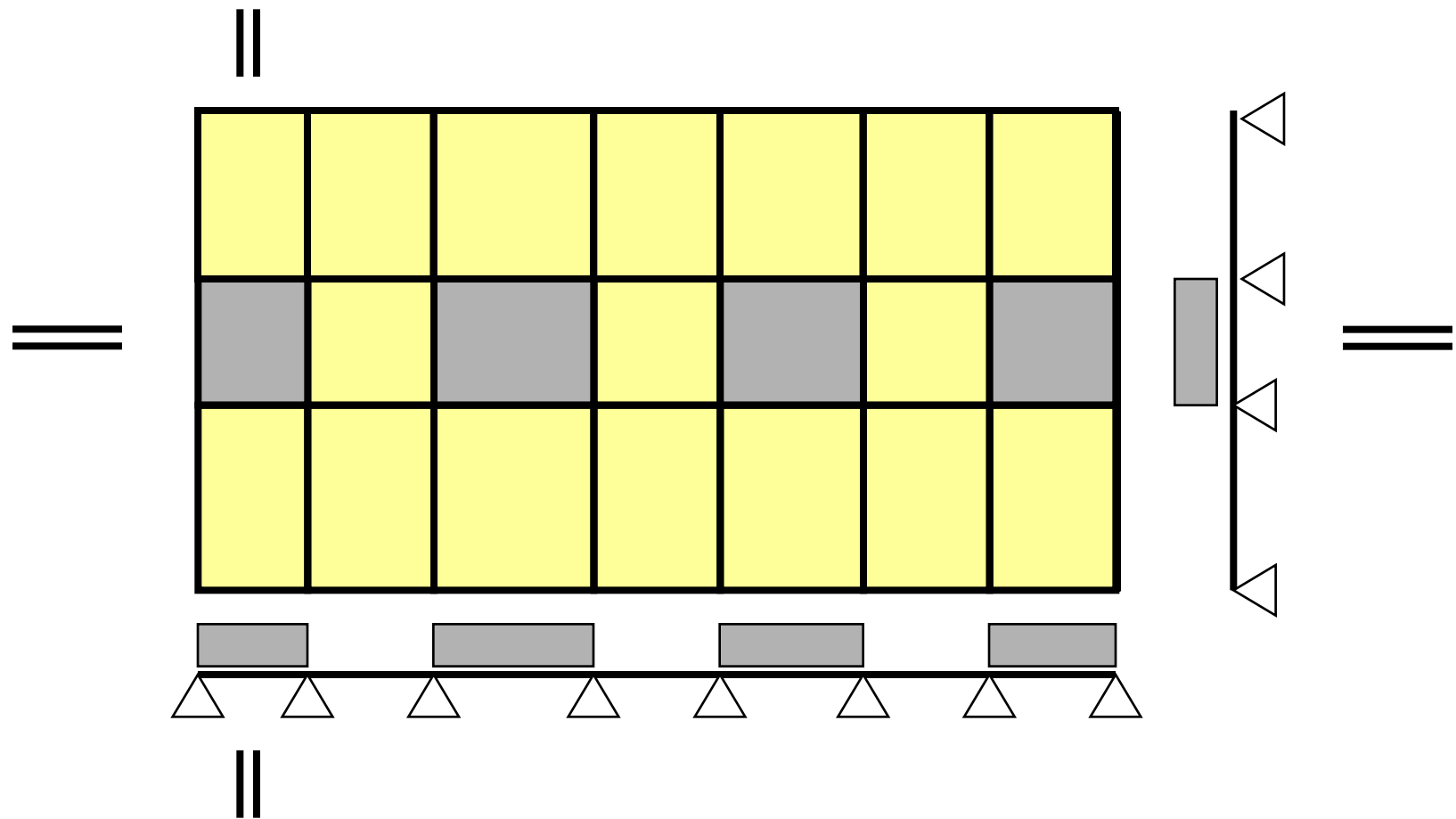
Bending moments of two-way slab system

Összetett lemezmezők hajlítónyomatékai



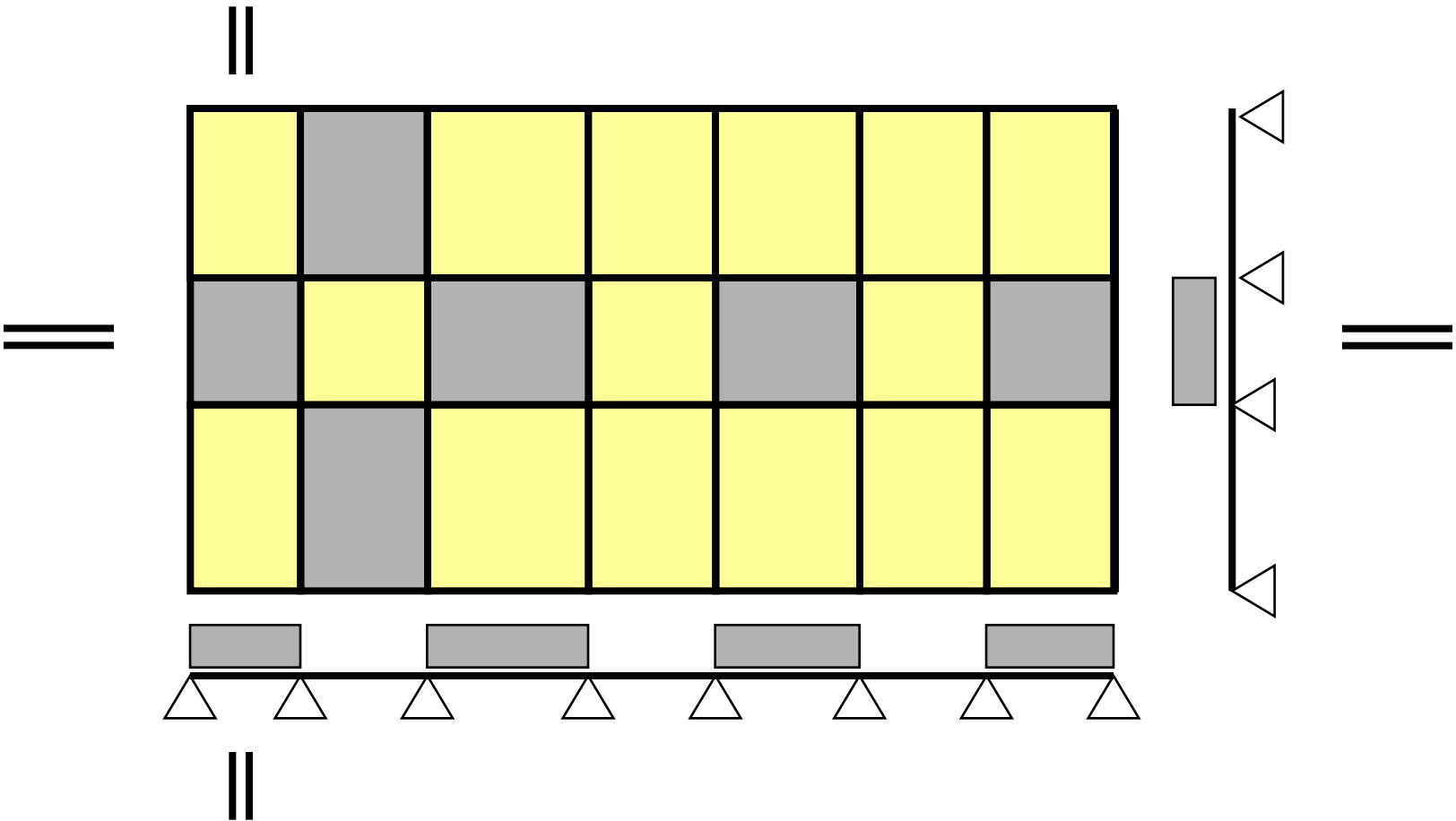
Bending moments of two-way slab system

Összetett lemezmezők hajlítónyomatékai



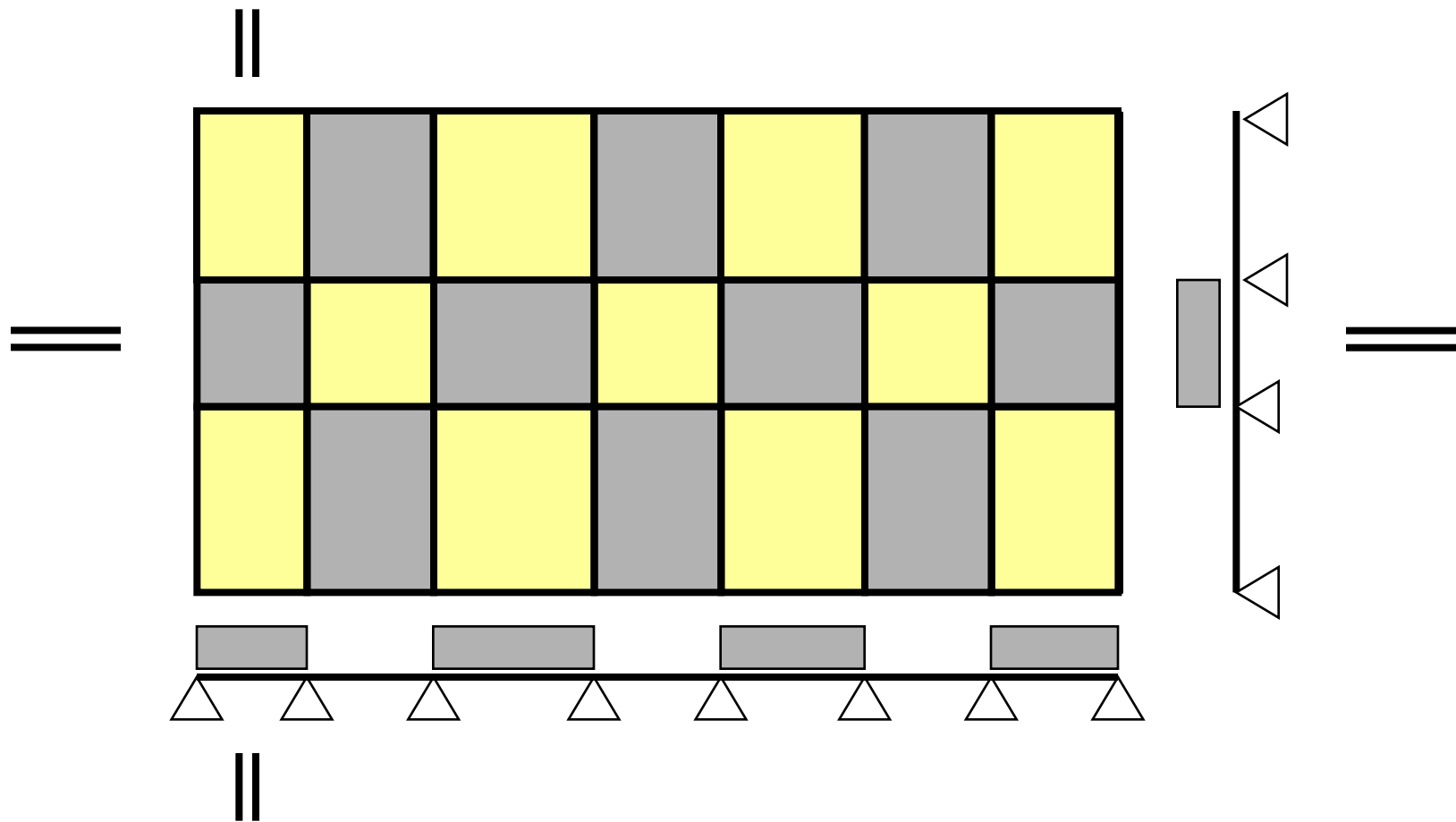
Bending moments of two-way slab system

Összetett lemezmezők hajlítónyomatékai



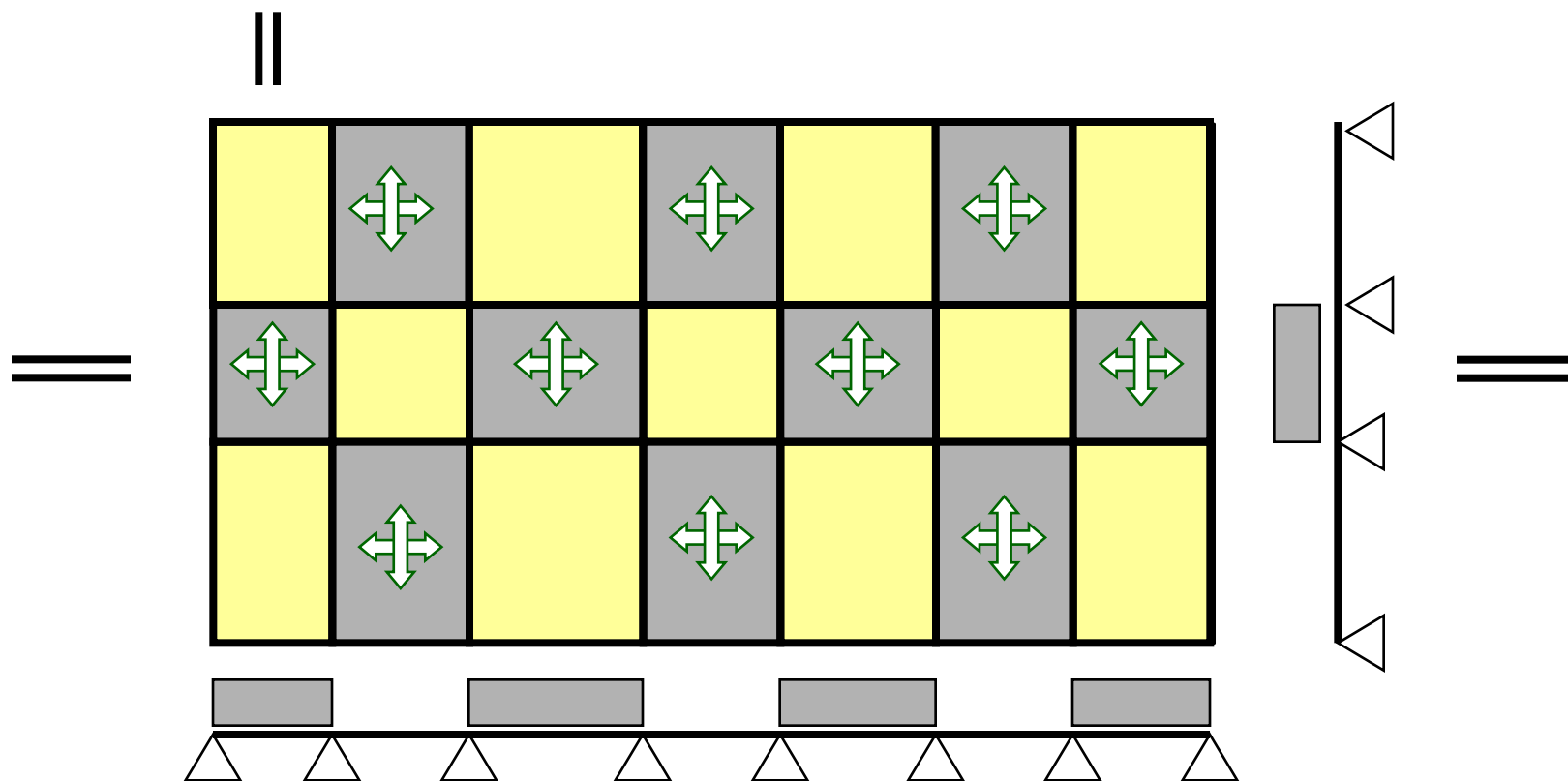
Bending moments of two-way slab system

Összetett lemezmezők hajlítónyomatékai



Bending moments of two-way slab system

Összetett lemezmezők hajlítónyomatékai

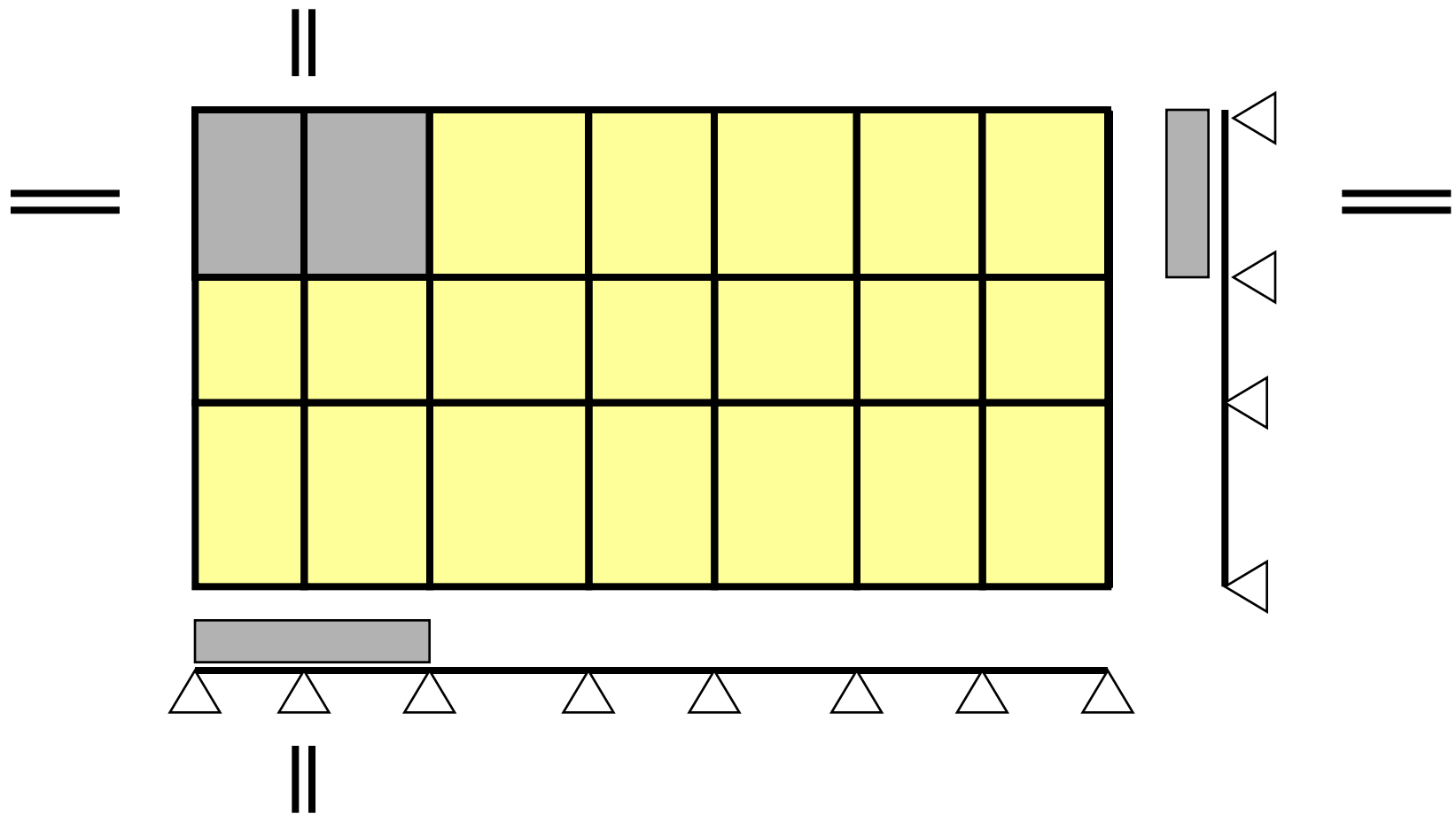


||

**X és Y irányú pozitív nyomatéki
szélsőértékek a sötétített mezőkben**

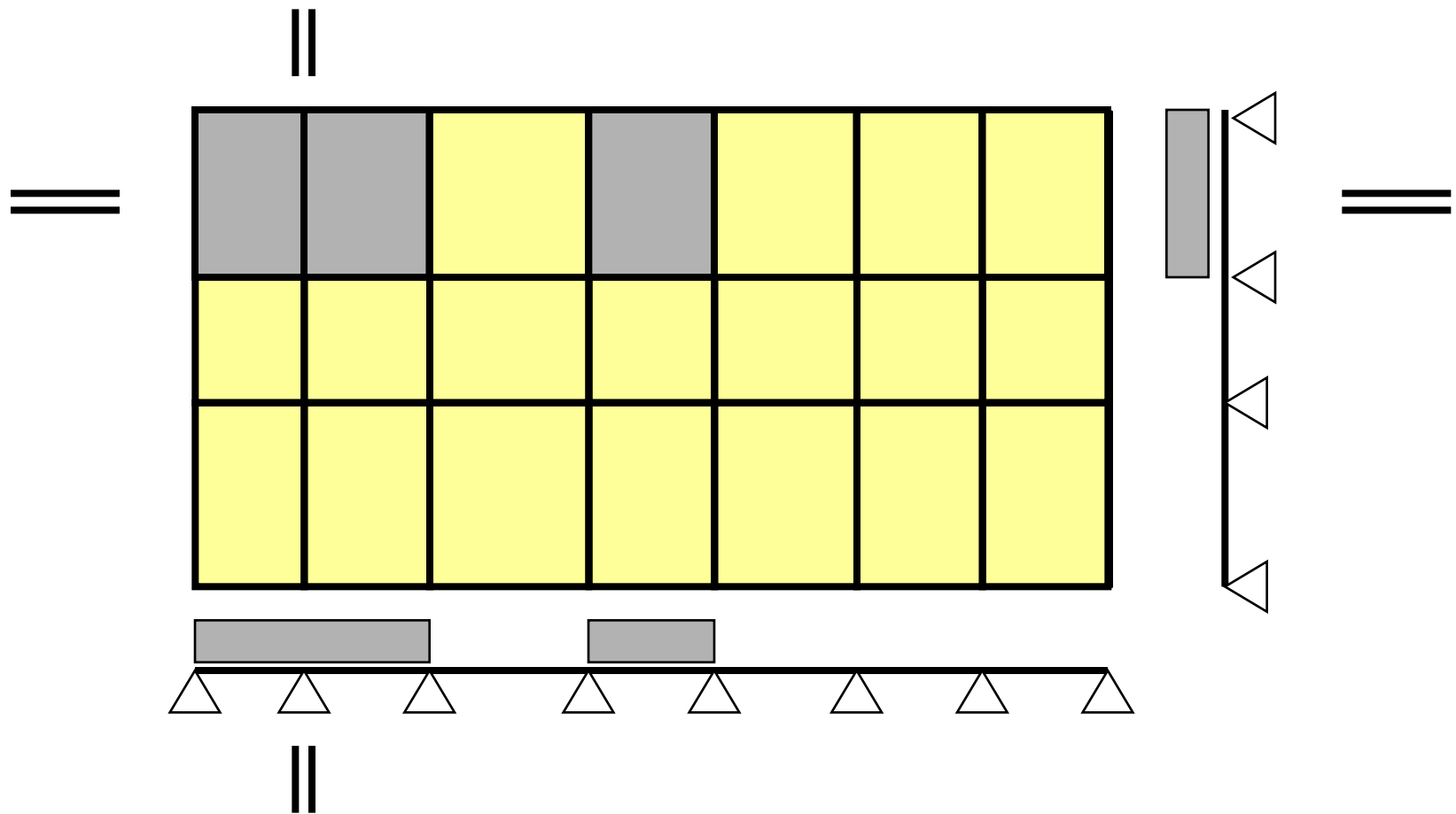
Bending moments of two-way slab system

Összetett lemezmezők hajlítónyomatékai



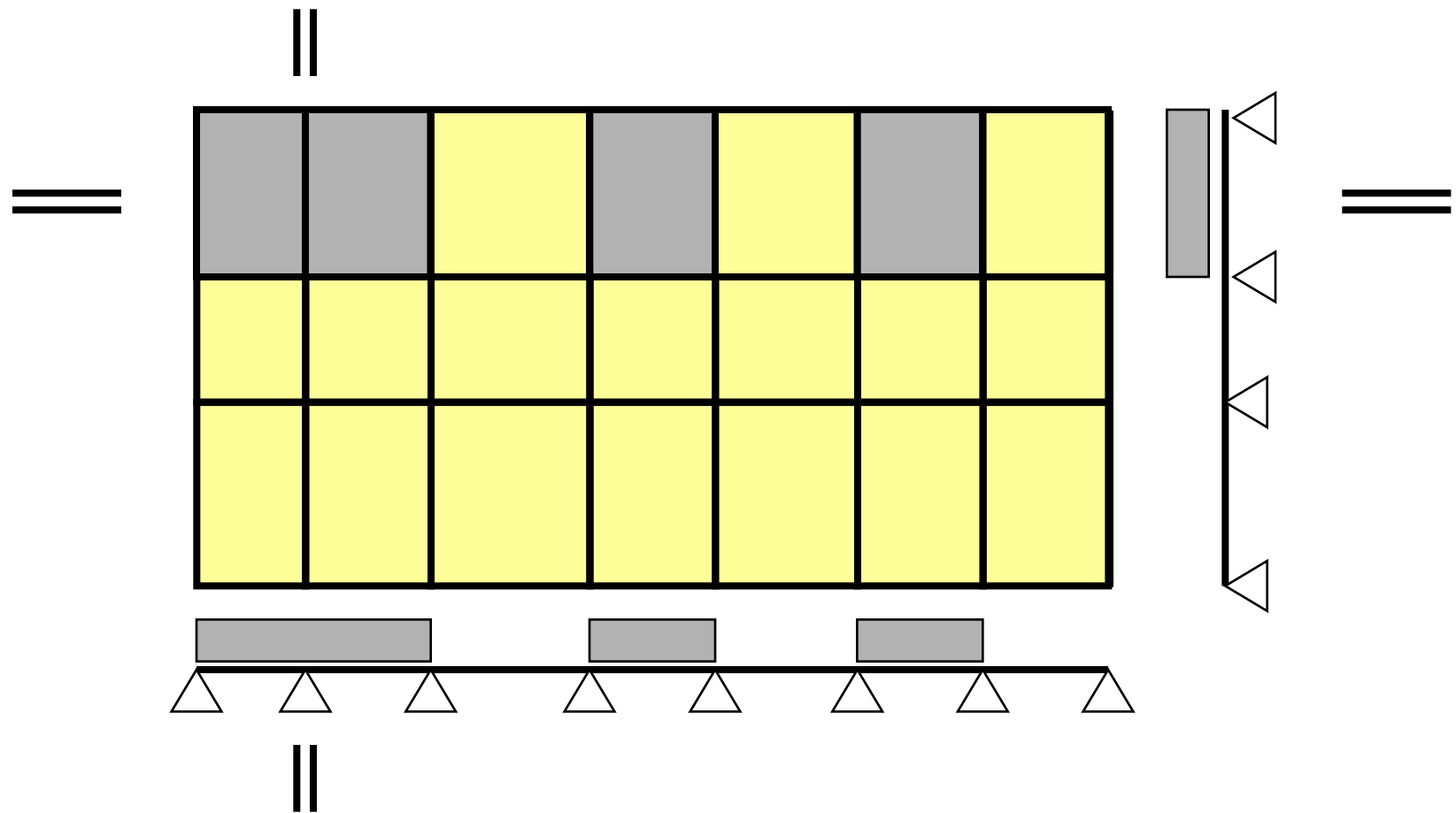
Bending moments of two-way slab system

Összetett lemezmezők hajlítónyomatékai



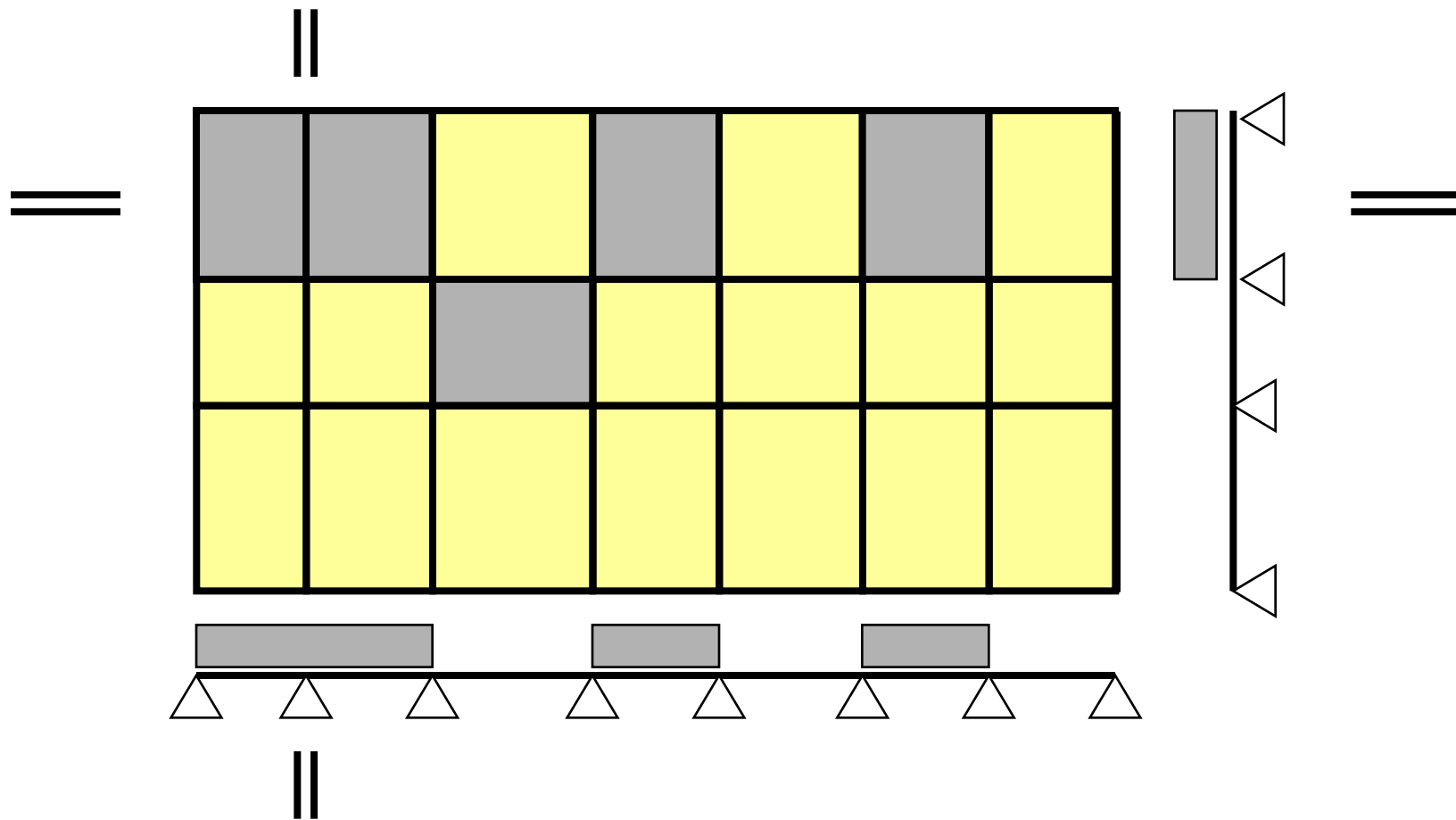
Bending moments of two-way slab system

Összetett lemezmezők hajlítónyomatékai



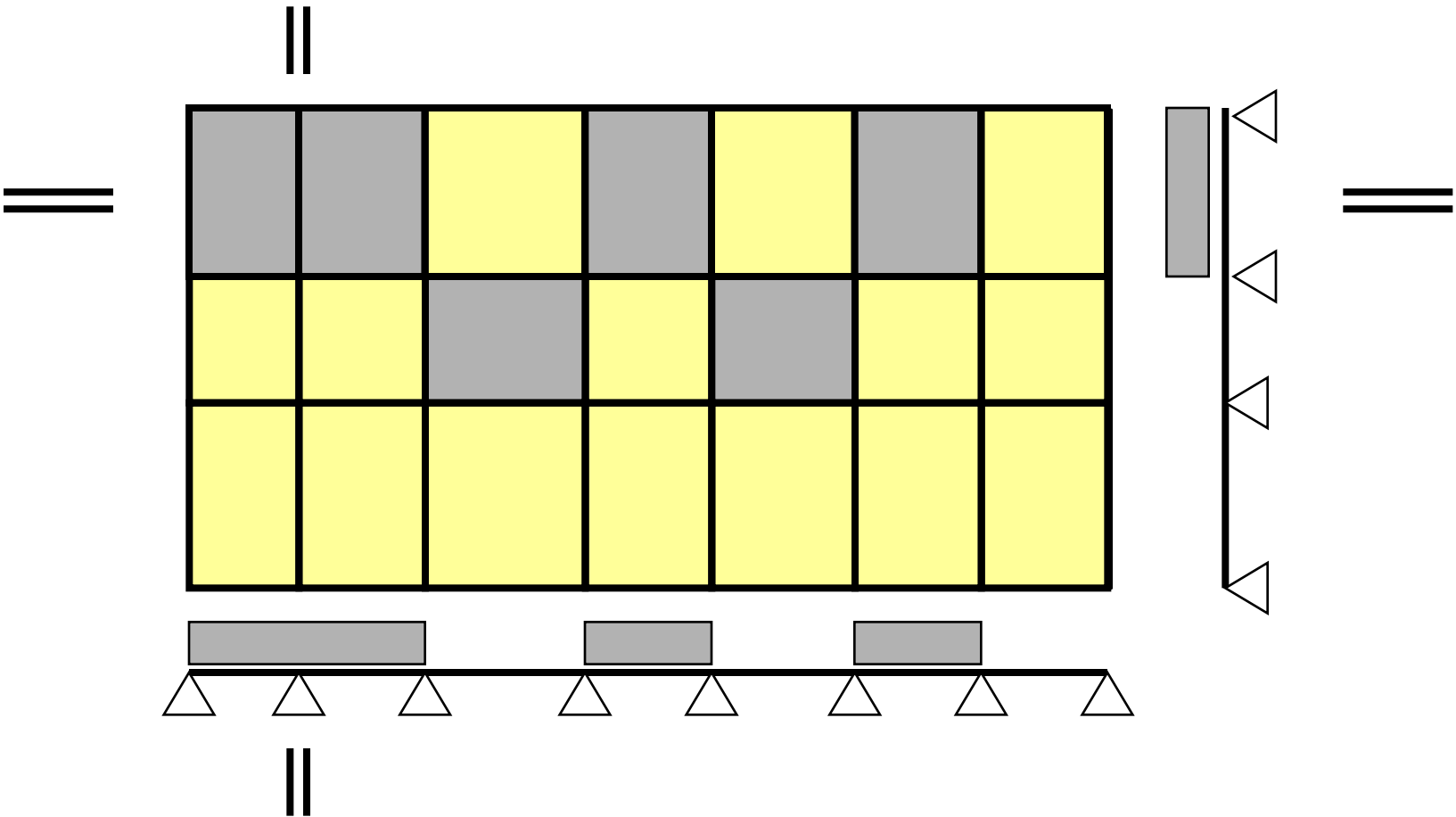
Bending moments of two-way slab system

Összetett lemezmezők hajlítónyomatékai



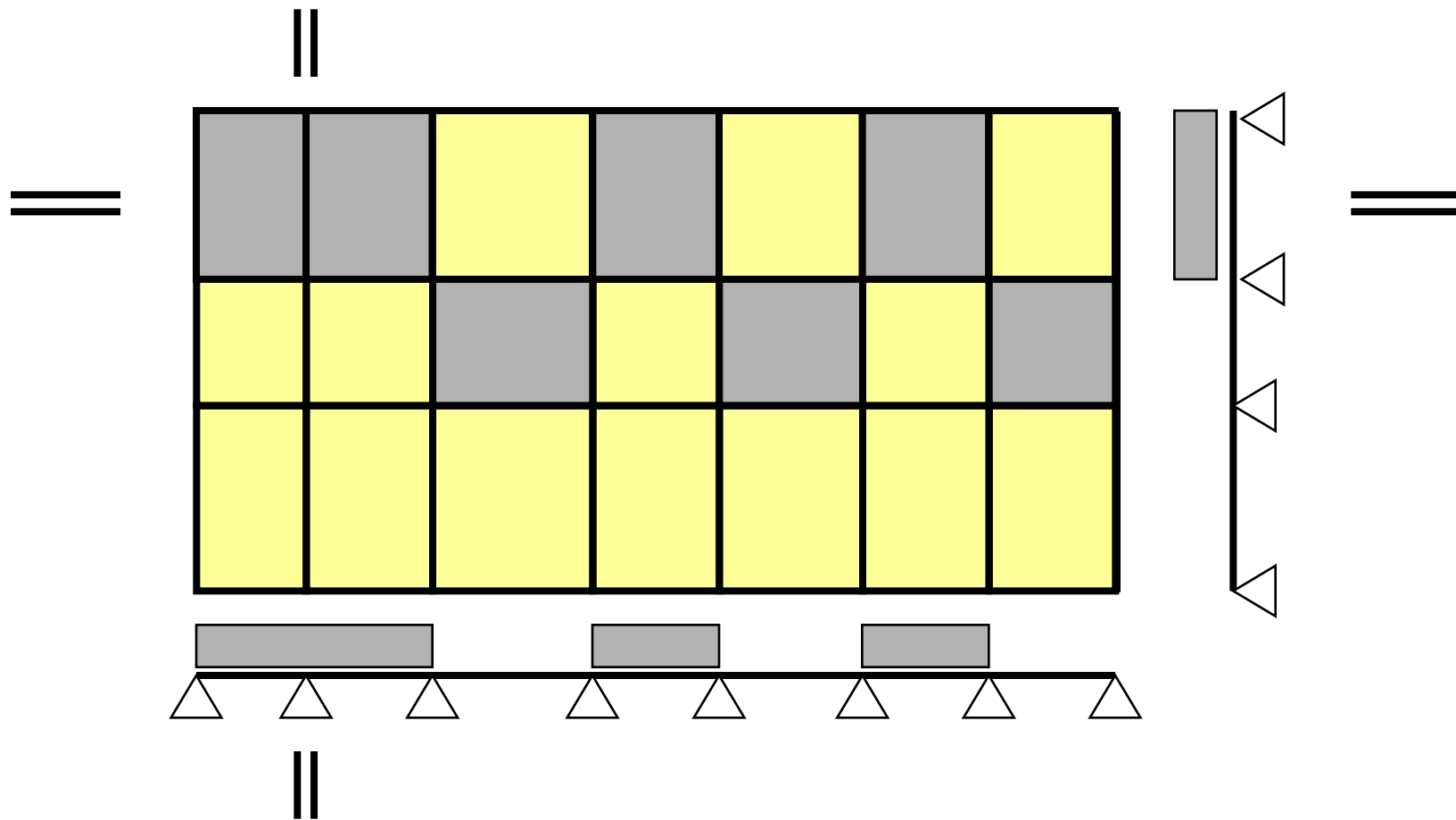
Bending moments of two-way slab system

Összetett lemezmezők hajlítónyomatékai



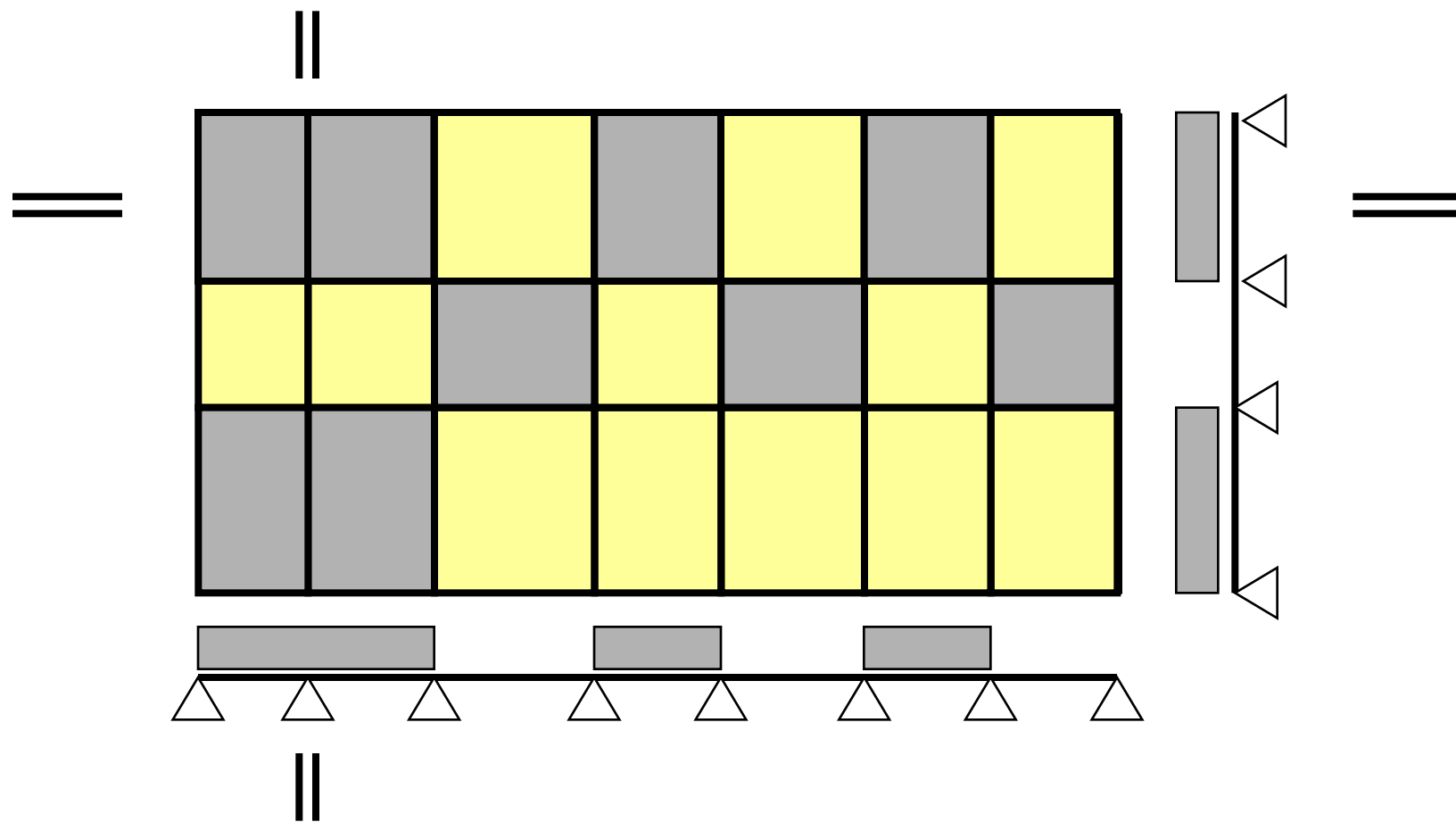
Bending moments of two-way slab system

Összetett lemezmezők hajlítónyomatékai



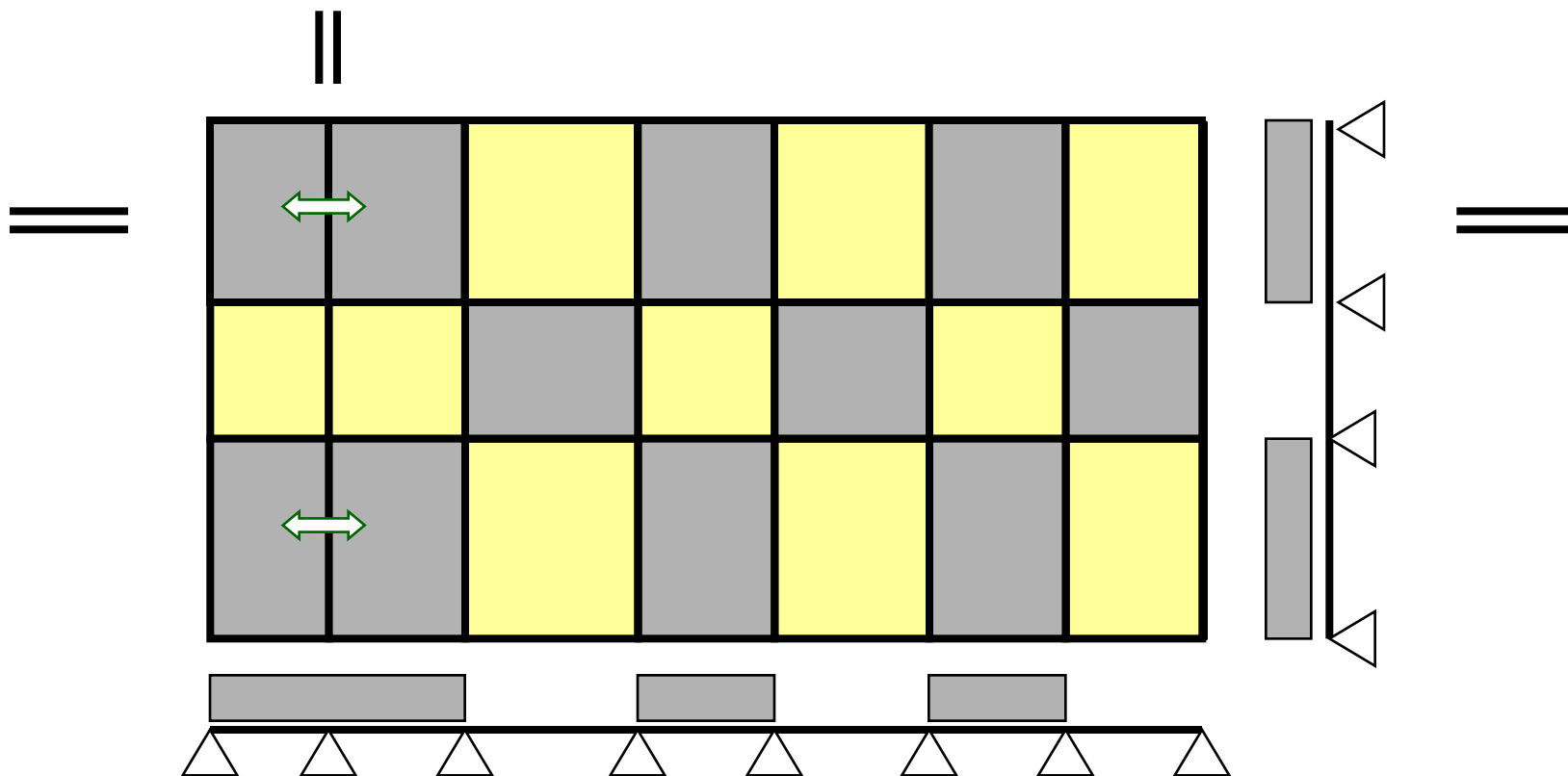
Bending moments of two-way slab system

Összetett lemezmezők hajlítónyomatékai



Bending moments of two-way slab system

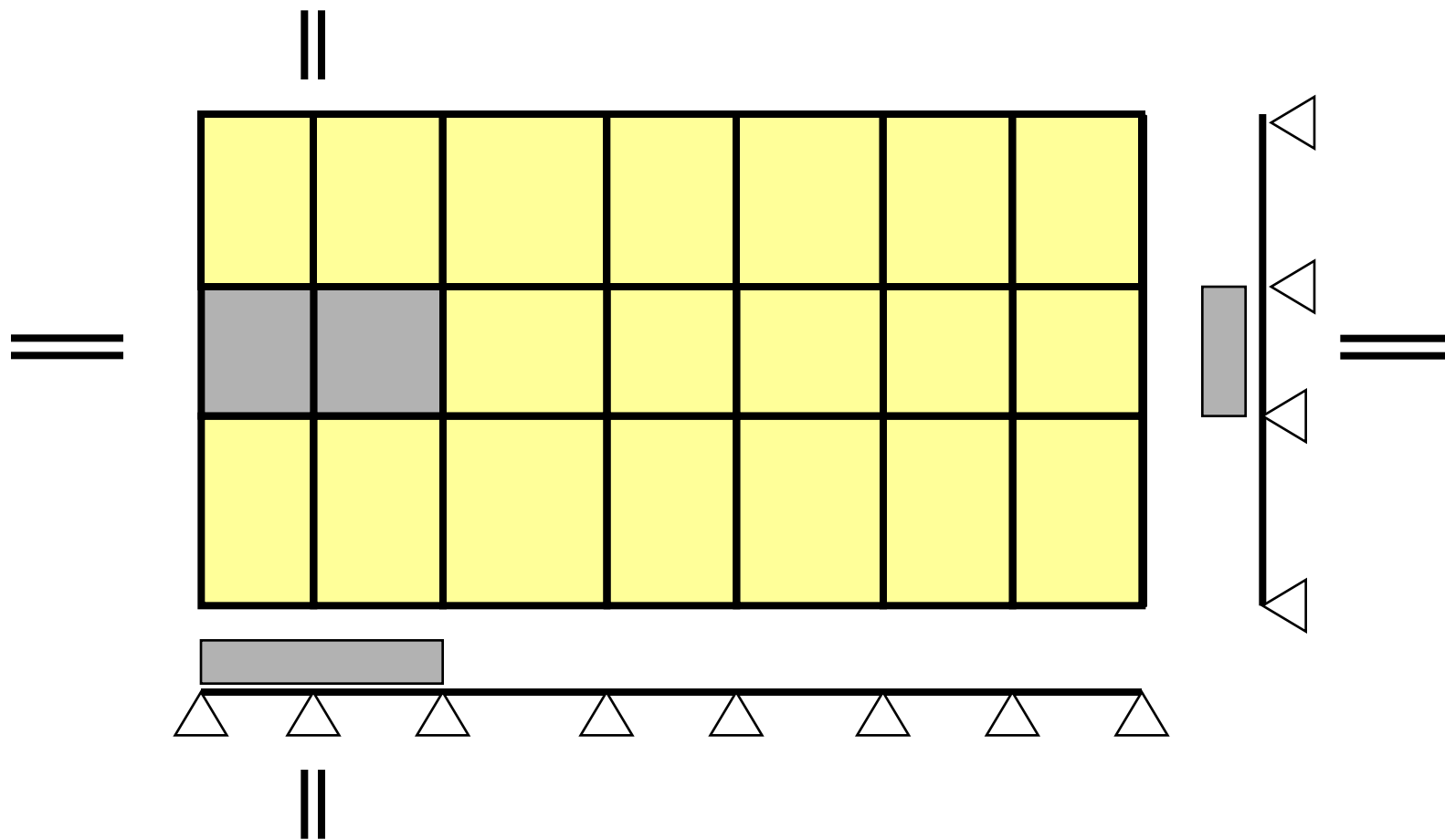
Összetett lemezmezők hajlítónyomatékai



X irányú negatív nyomatéki szélsőértékek a második támasz feletti keresztmetszetben, szélső lemezsávokon

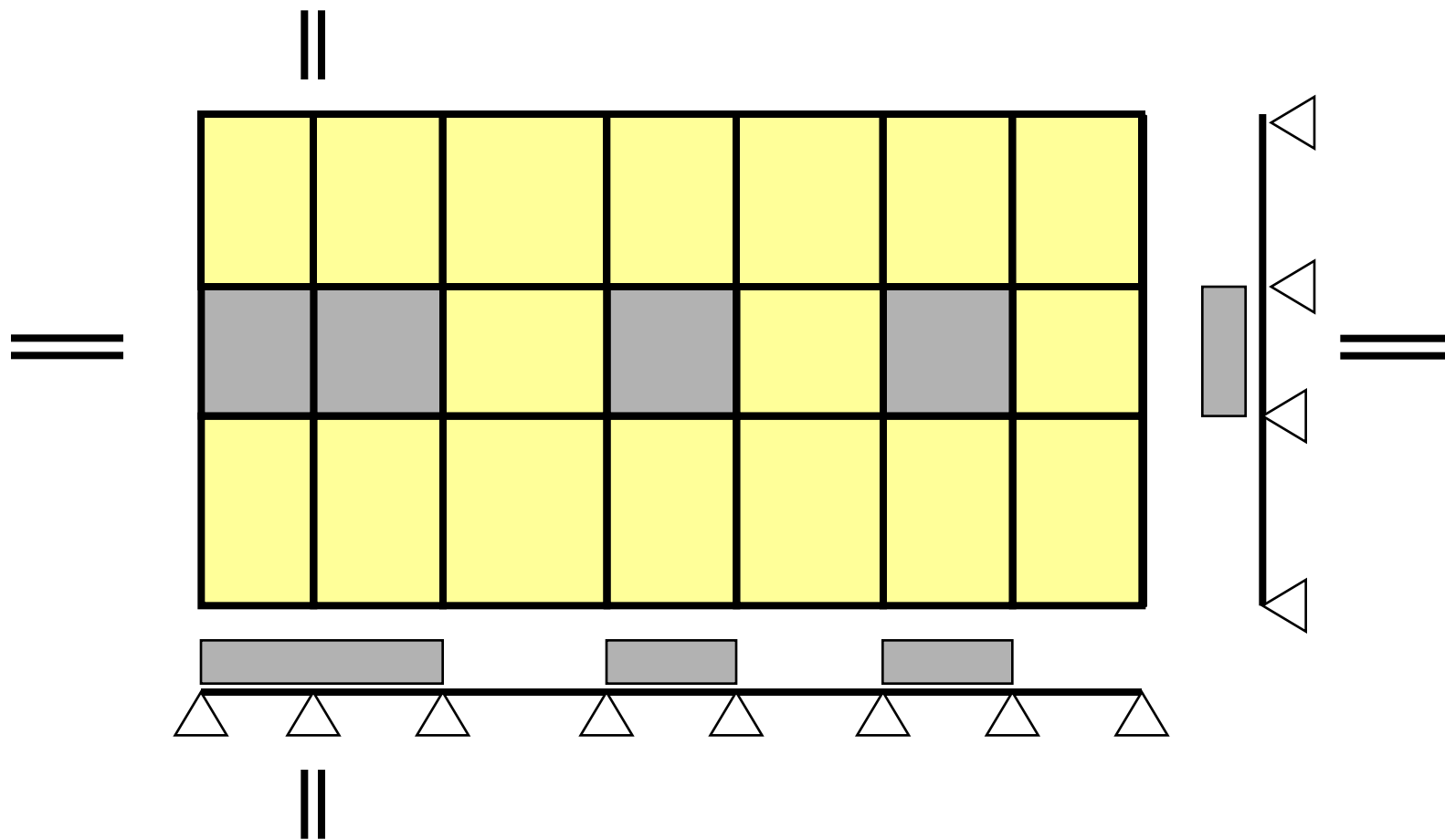
Bending moments of two-way slab system

Összetett lemezmezők hajlítónyomatékai



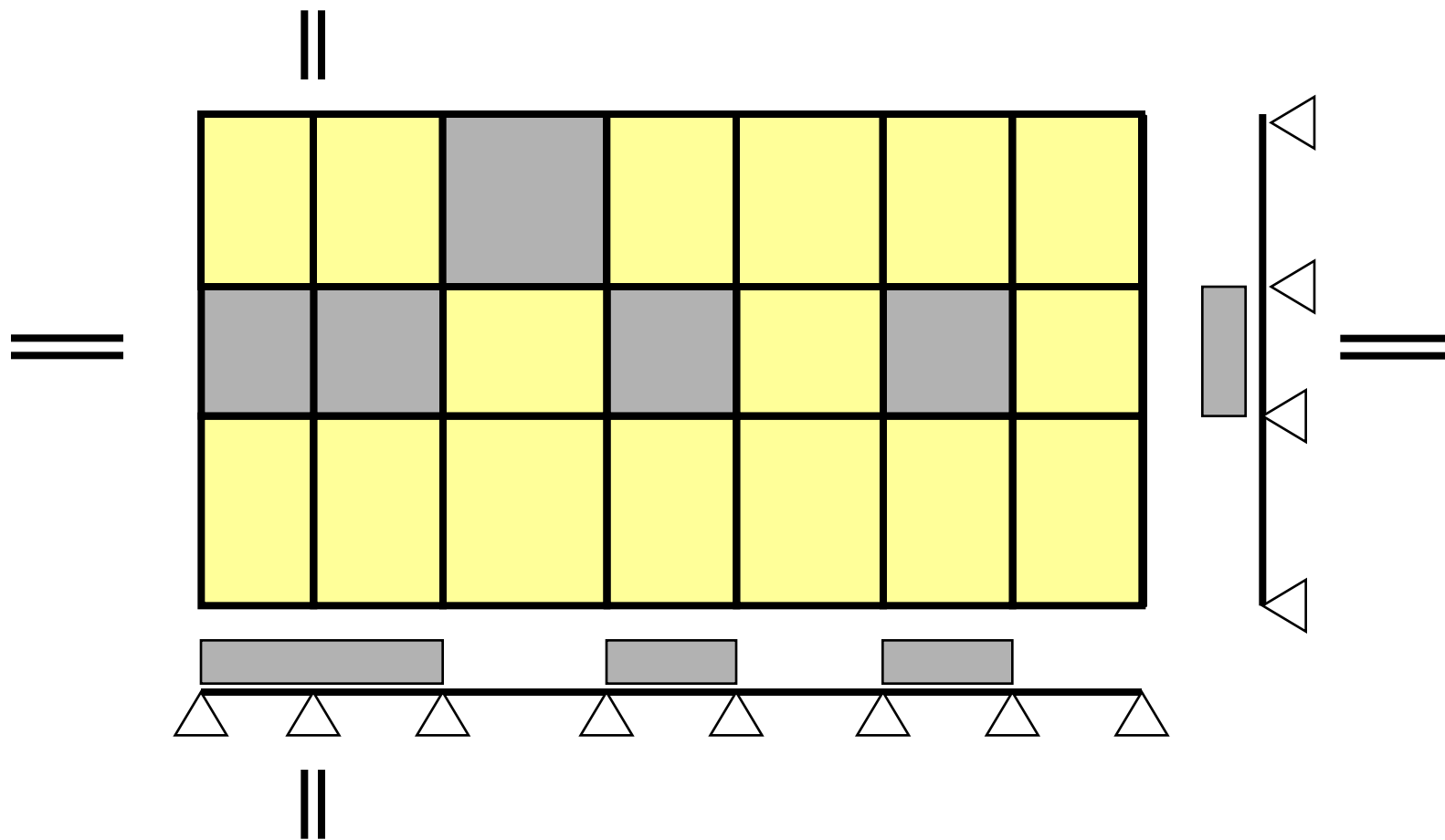
Bending moments of two-way slab system

Összetett lemezmezők hajlítónyomatékai



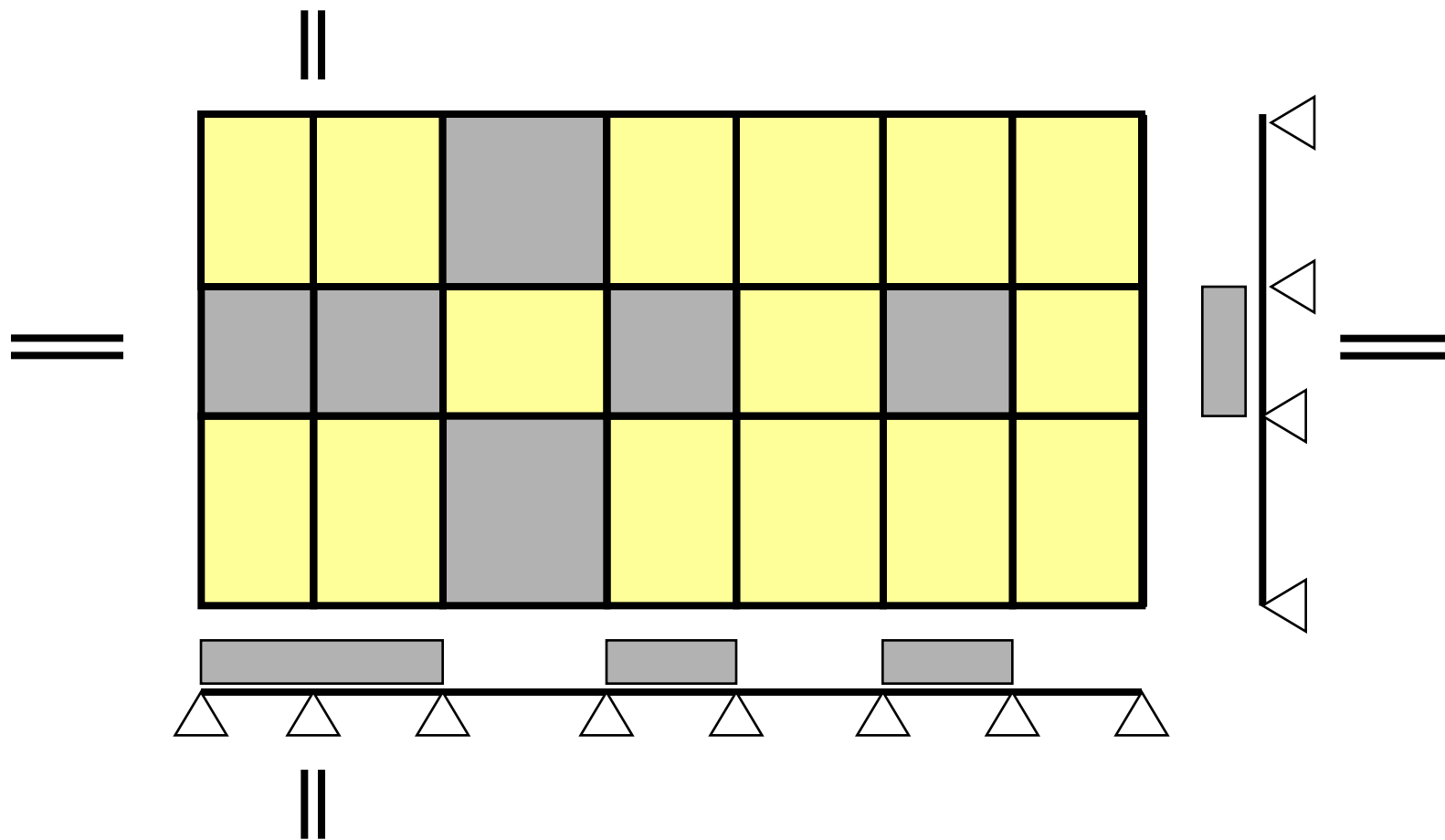
Bending moments of two-way slab system

Összetett lemezmezők hajlítónyomatékai



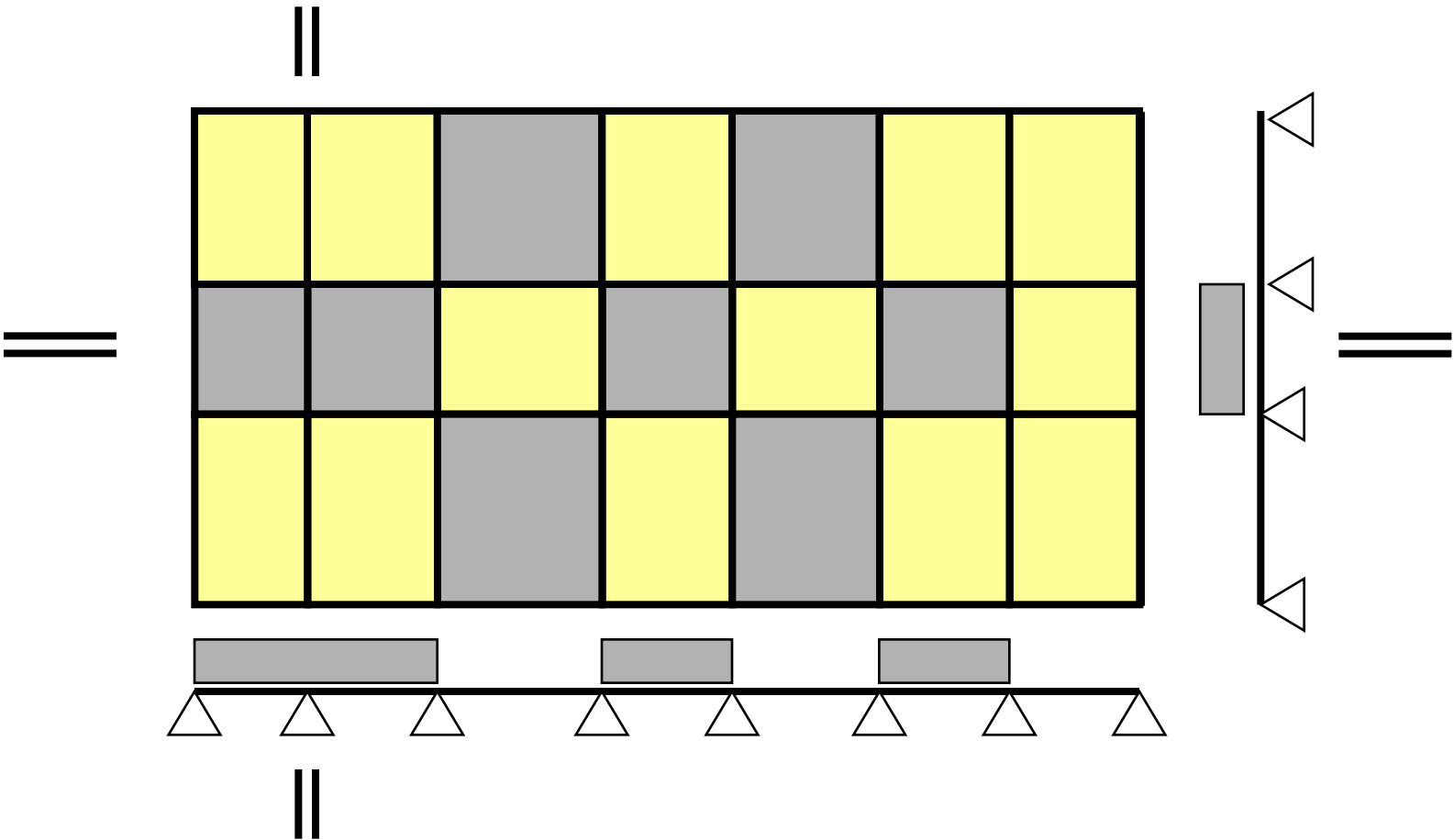
Bending moments of two-way slab system

Összetett lemezmezők hajlítónyomatékai



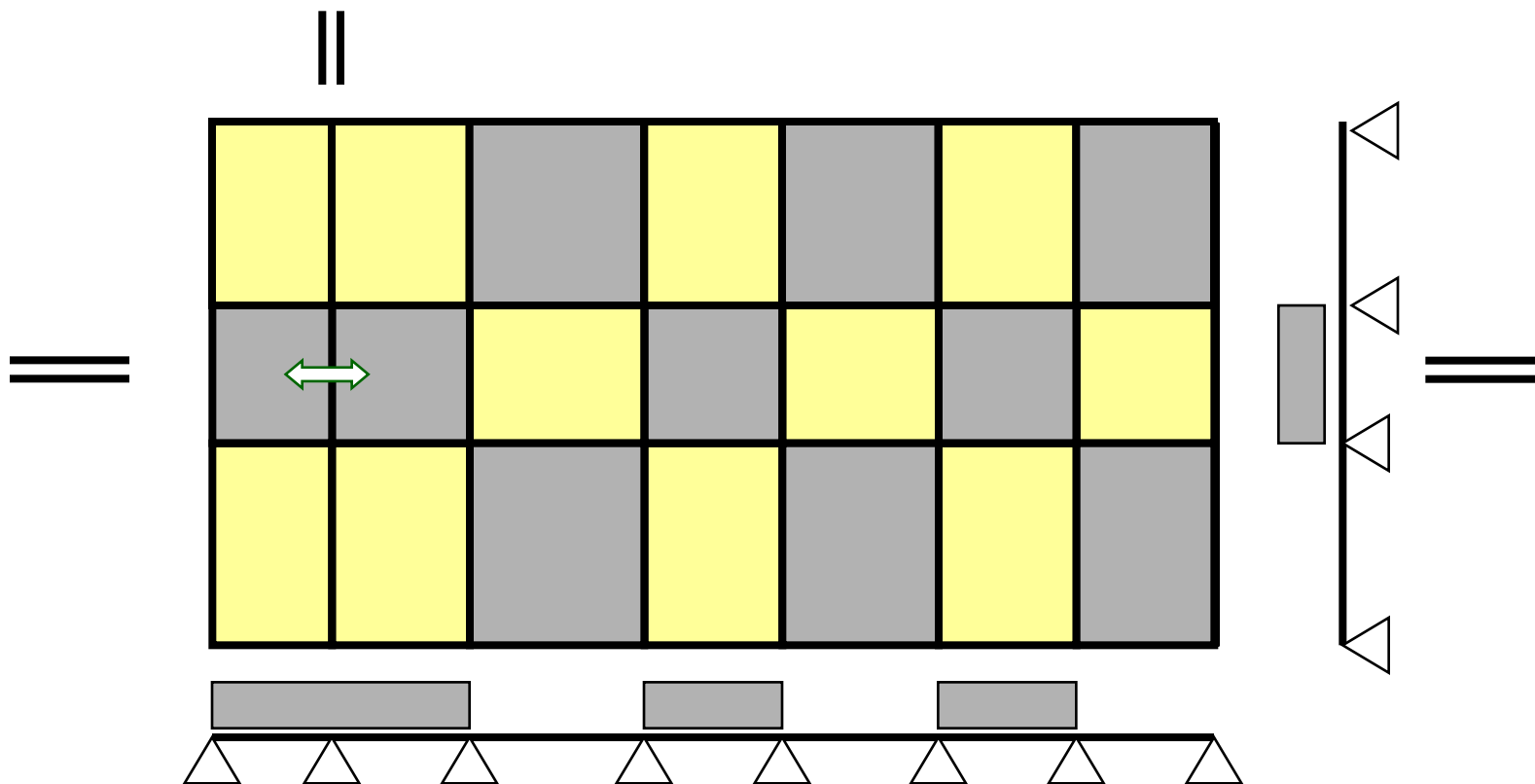
Bending moments of two-way slab system

Összetett lemezmezők hajlítónyomatékai



Bending moments of two-way slab system

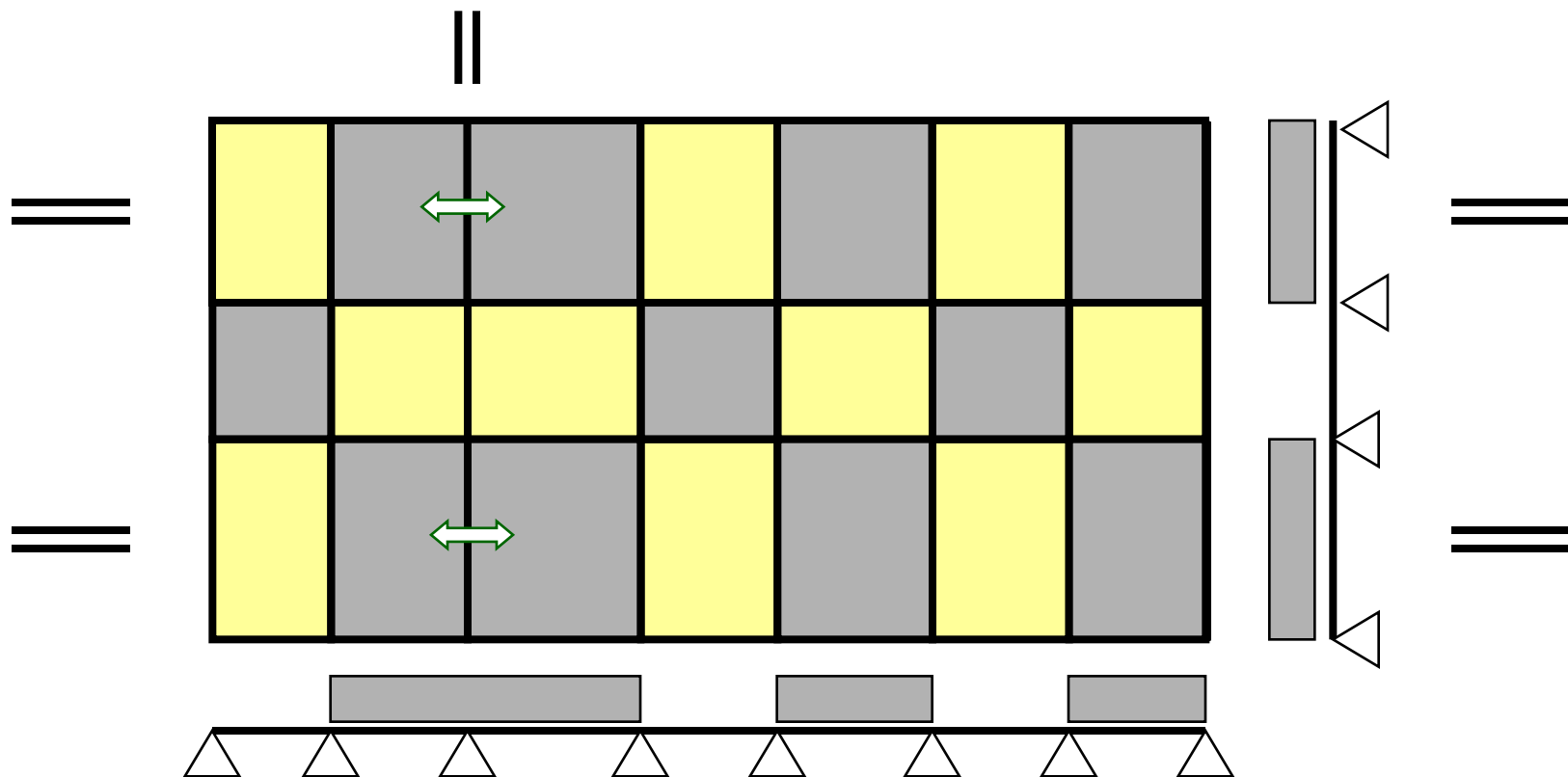
Összetett lemezmezők hajlítónyomatékai



X irányú negatív nyomatéki szélsőértékek a második támasz feletti keresztmetszetben, közbelső lemezszávokon

Bending moments of two-way slab system

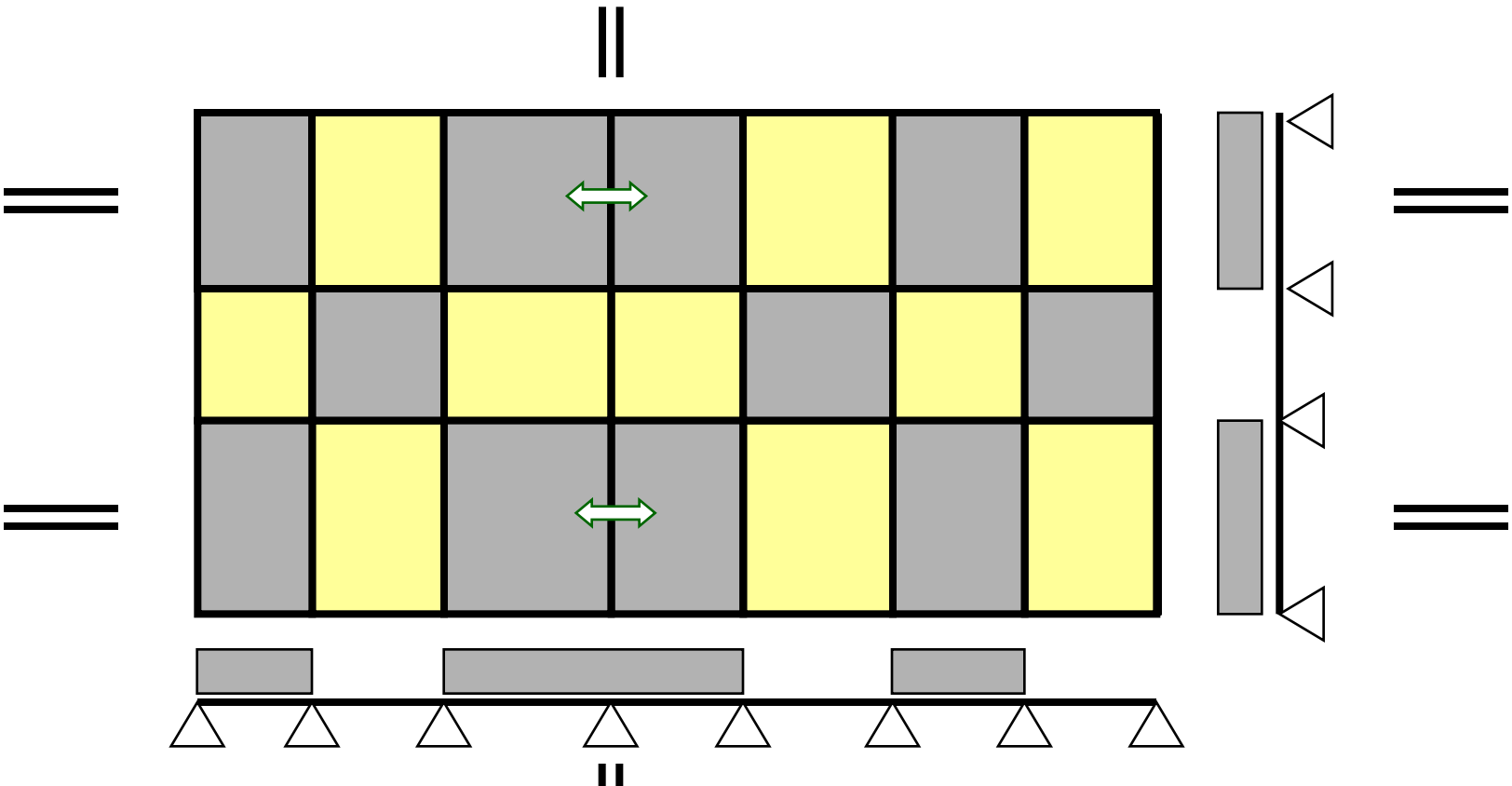
Összetett lemezmezők hajlítónyomatékai



X irányú negatív nyomatéki szélsőértékek a harmadik támasz feletti keresztmetszetben, szélső lemezsávokon

Bending moments of two-way slab system

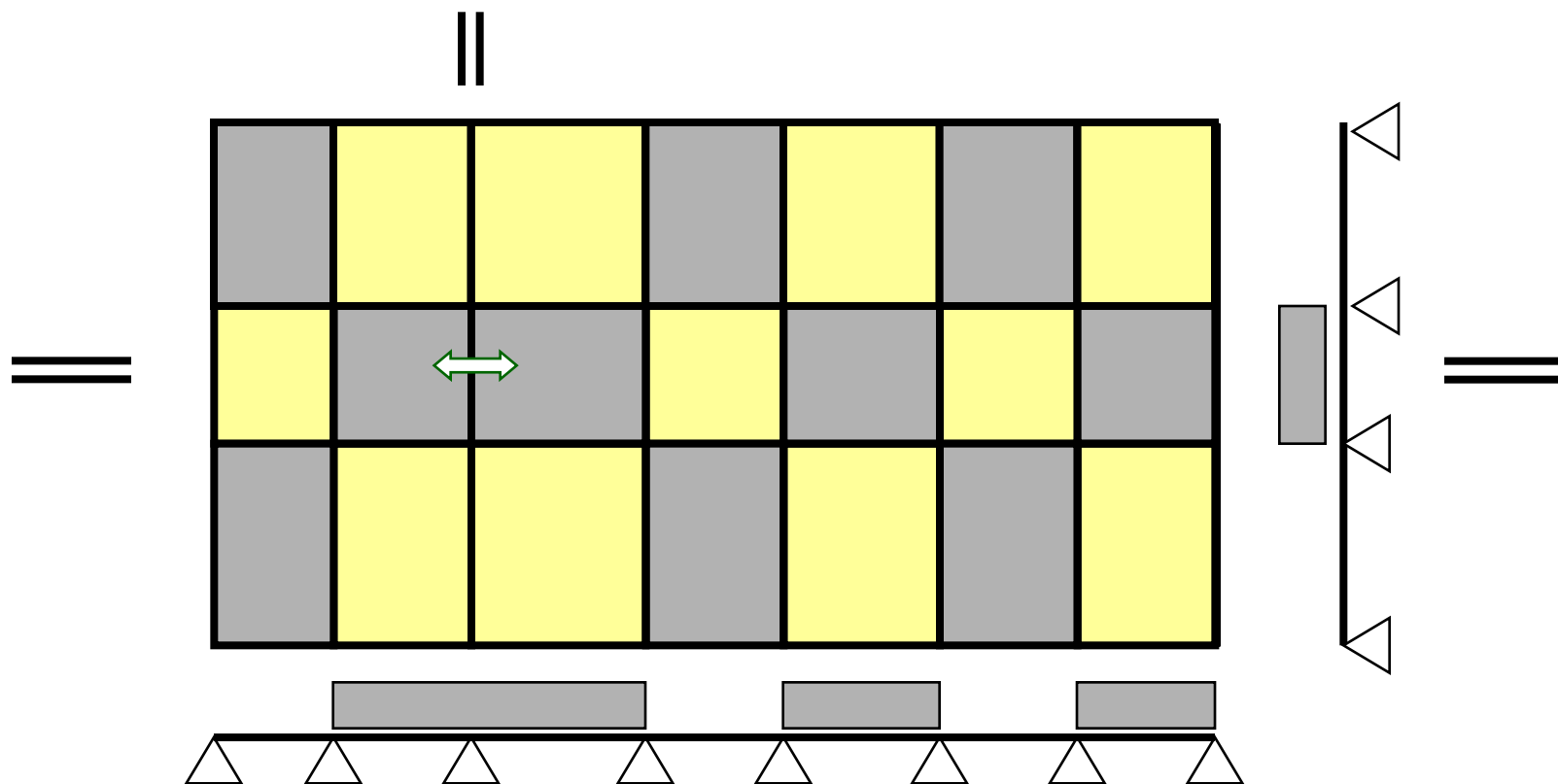
Összetett lemezmezők hajlítónyomatékai



X irányú negatív nyomatéki szélsőértékek a negyedik támasz feletti keresztmetszetben, szélső lemezsávokon

Bending moments of two-way slab system

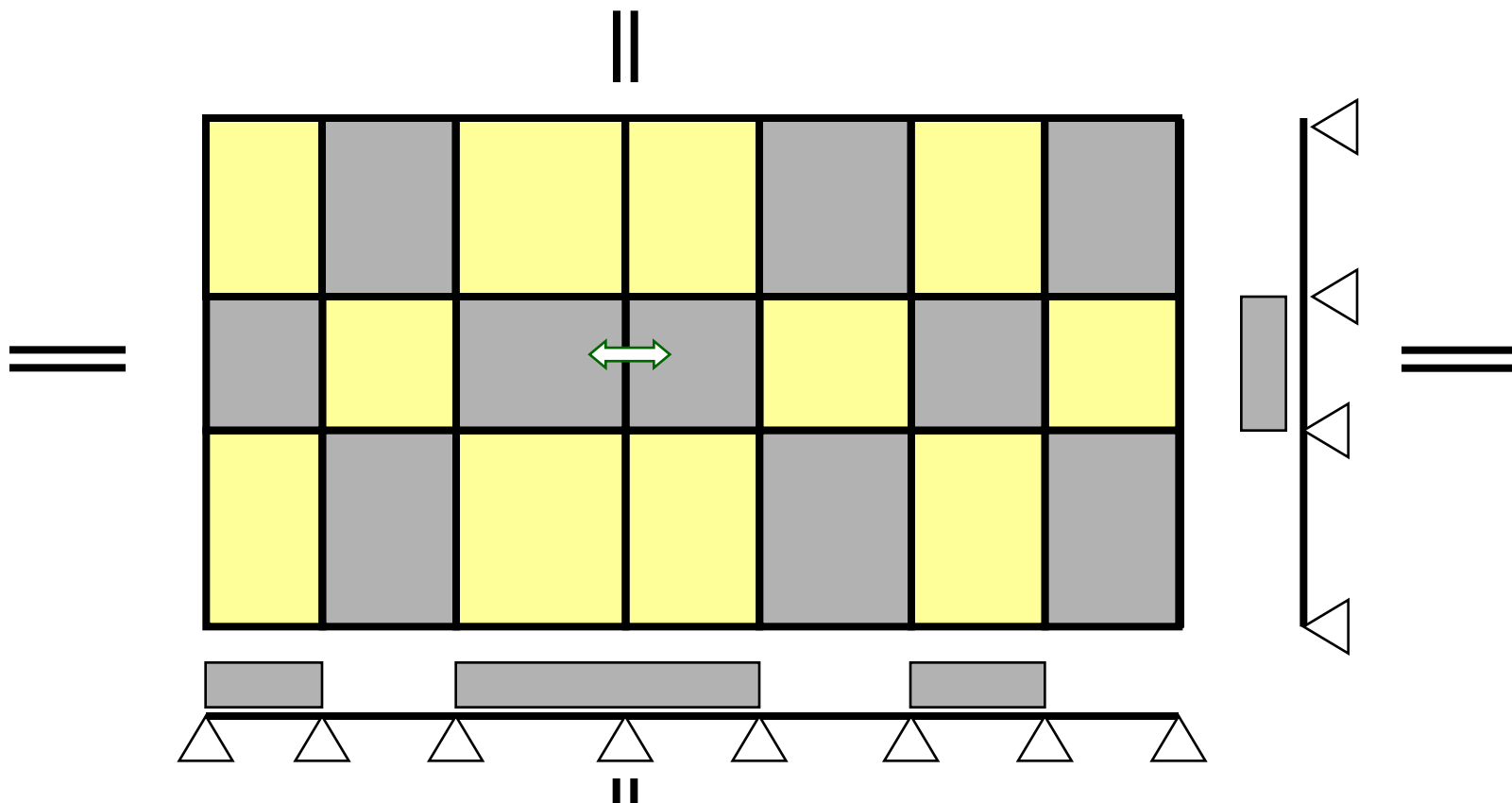
Összetett lemezmezők hajlítónyomatékai



X irányú negatív nyomatéki szélsőértékek a harmadik támasz feletti keresztmetszetben, közbenső lemezsávokon

Bending moments of two-way slab system

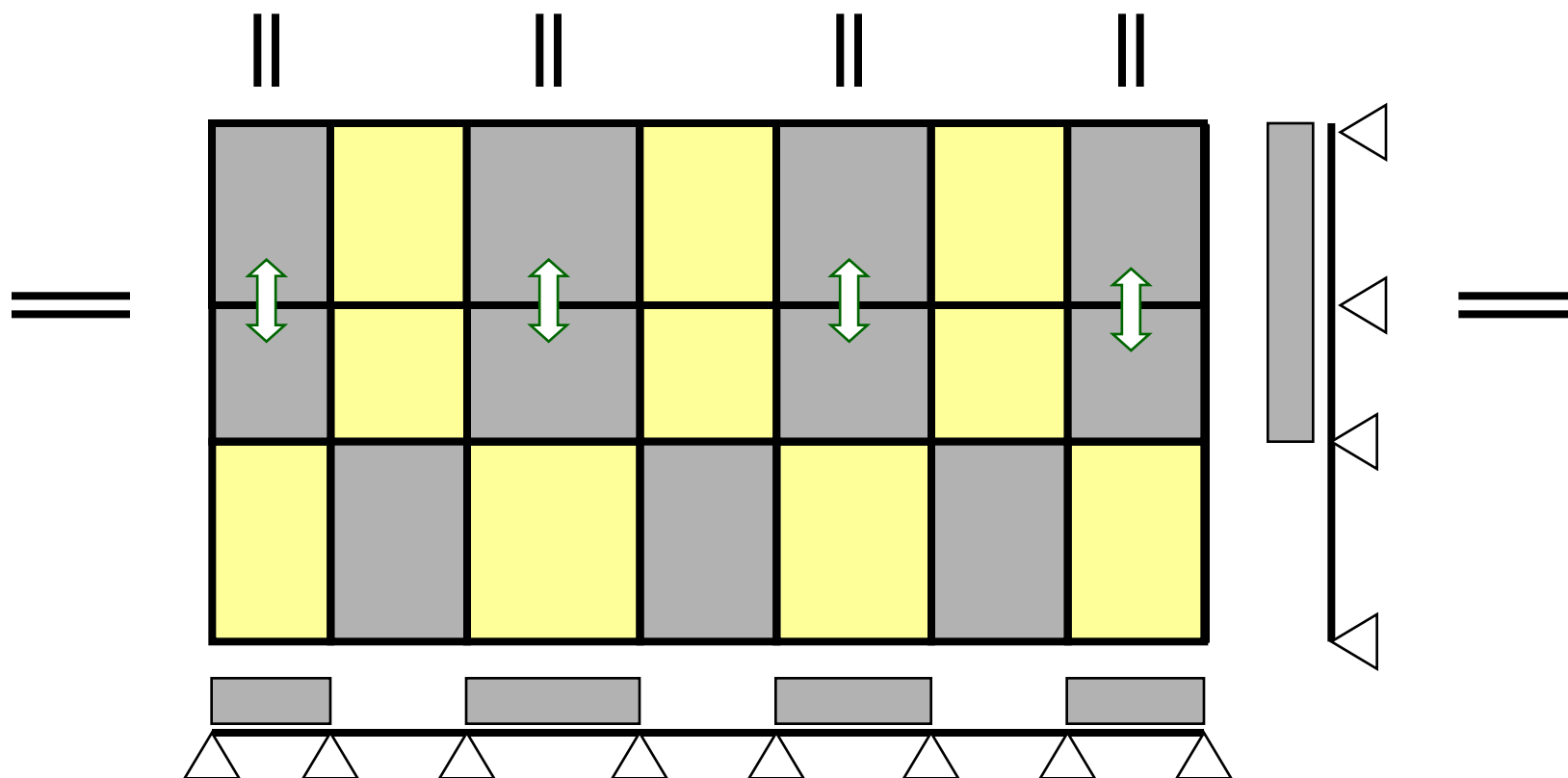
Összetett lemezmezők hajlítónyomatékai



X irányú negatív nyomatéki szélsőértékek a negyedik támasz feletti keresztmetszetben, közbelső lemezszávokon

Bending moments of two-way slab system

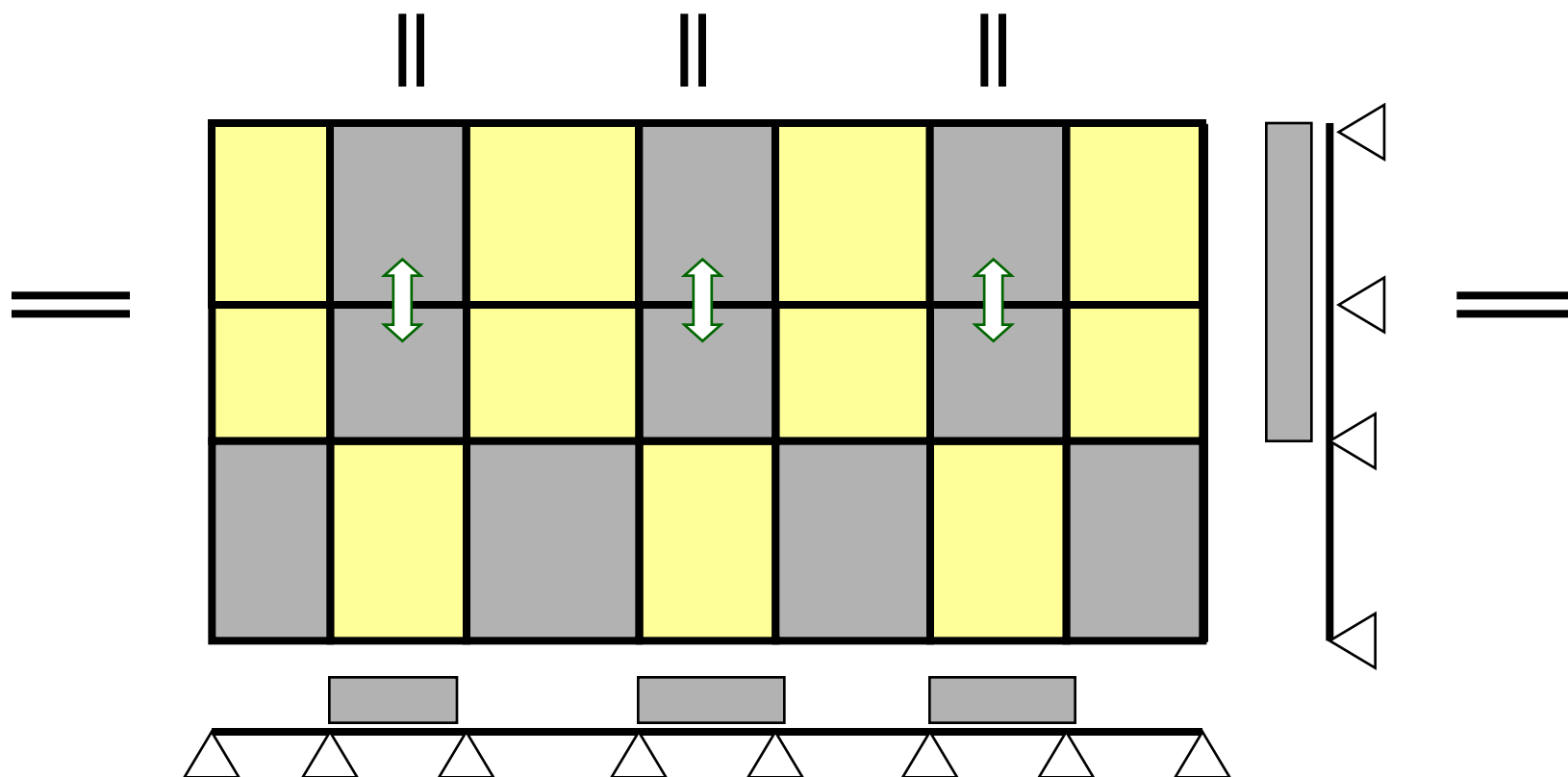
Összetett lemezmezők hajlítónyomatékai



Y irányú negatív nyomatéki szélsőértékek az Y irányú páratlan lemezsávok második támaszai feletti keresztmetszetekben

Bending moments of two-way slab system

Összetett lemezmezők hajlítónyomatékai

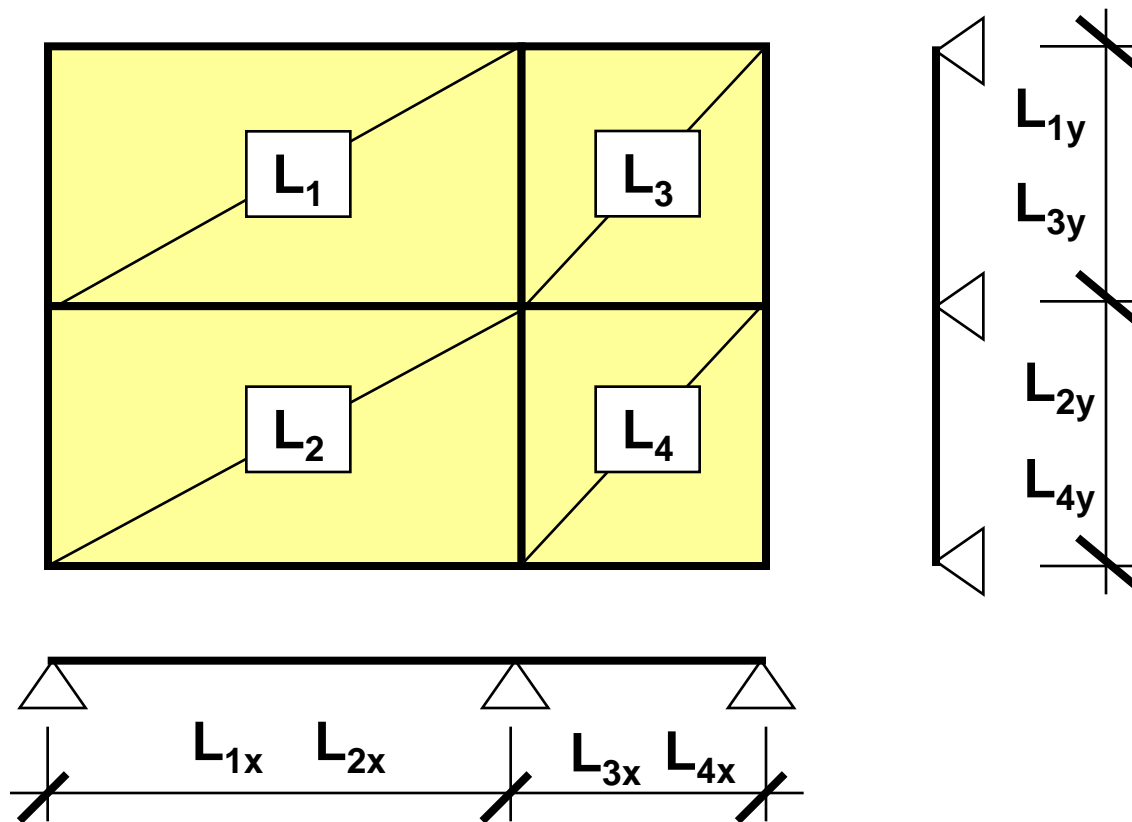


Y irányú negatív nyomatéki szélsőértékek az Y irányú páros lemezsávok második támaszai feletti keresztmetszetekben

Bending moments of two-way slab system

Összetett lemezmezők hajlítónyomatékai

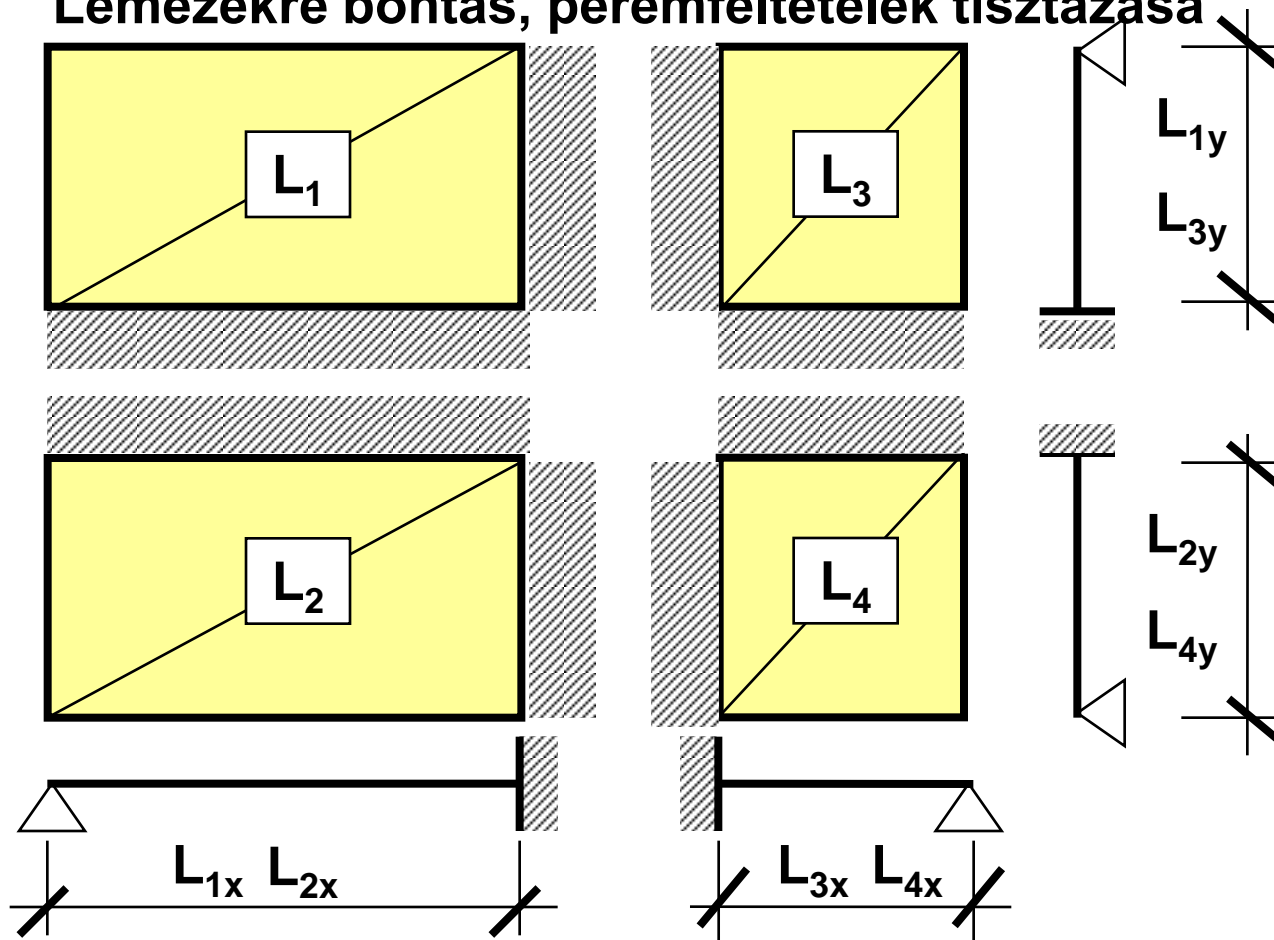
Statikai váz



Bending moments of two-way slab system

Összetett lemezmezők hajlítónyomatékai

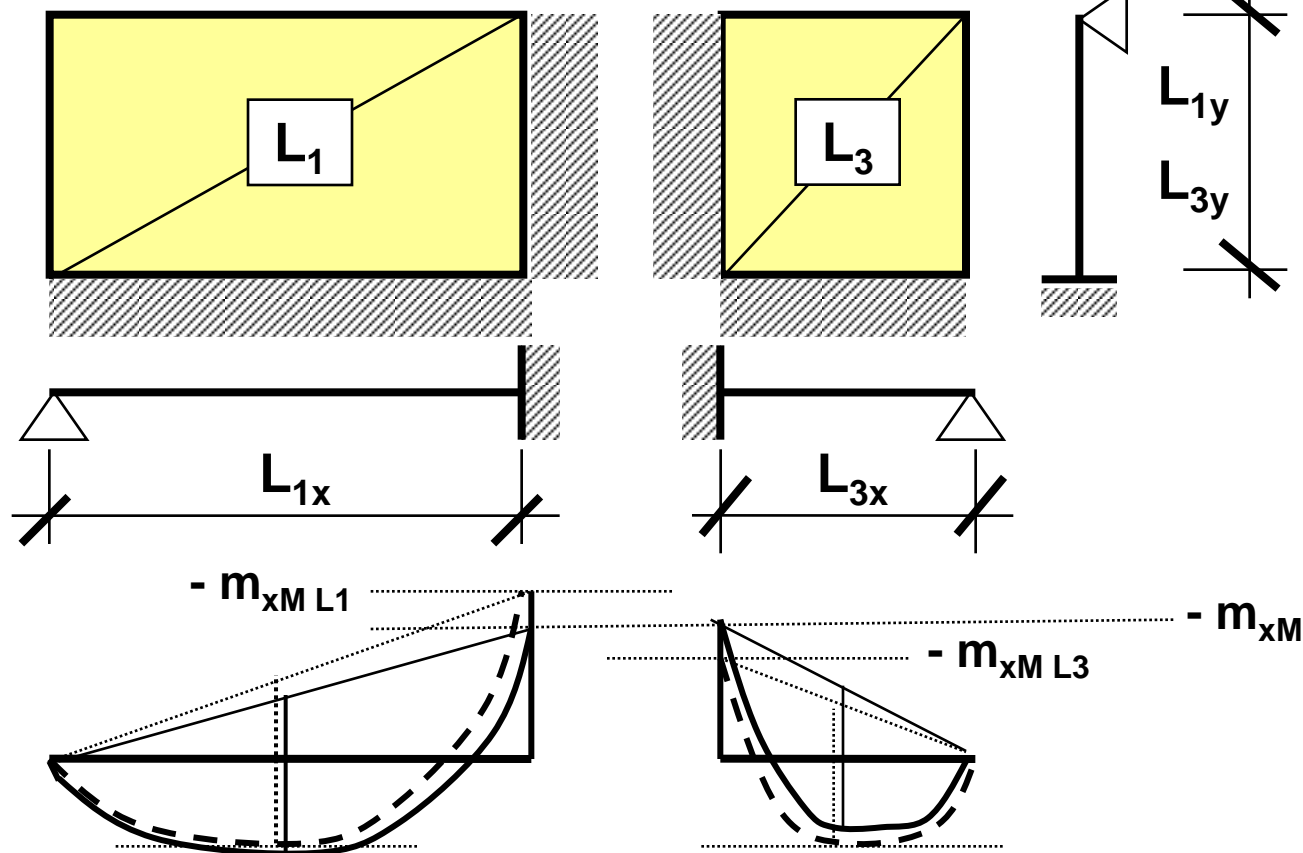
Lemezekre bontás, peremfeltételek tisztázása



Bending moments of two-way slab system

Összetett lemezmezők hajlítónyomatékai

Igénybevételek meghatározása



Reinforced Concrete Structures II.

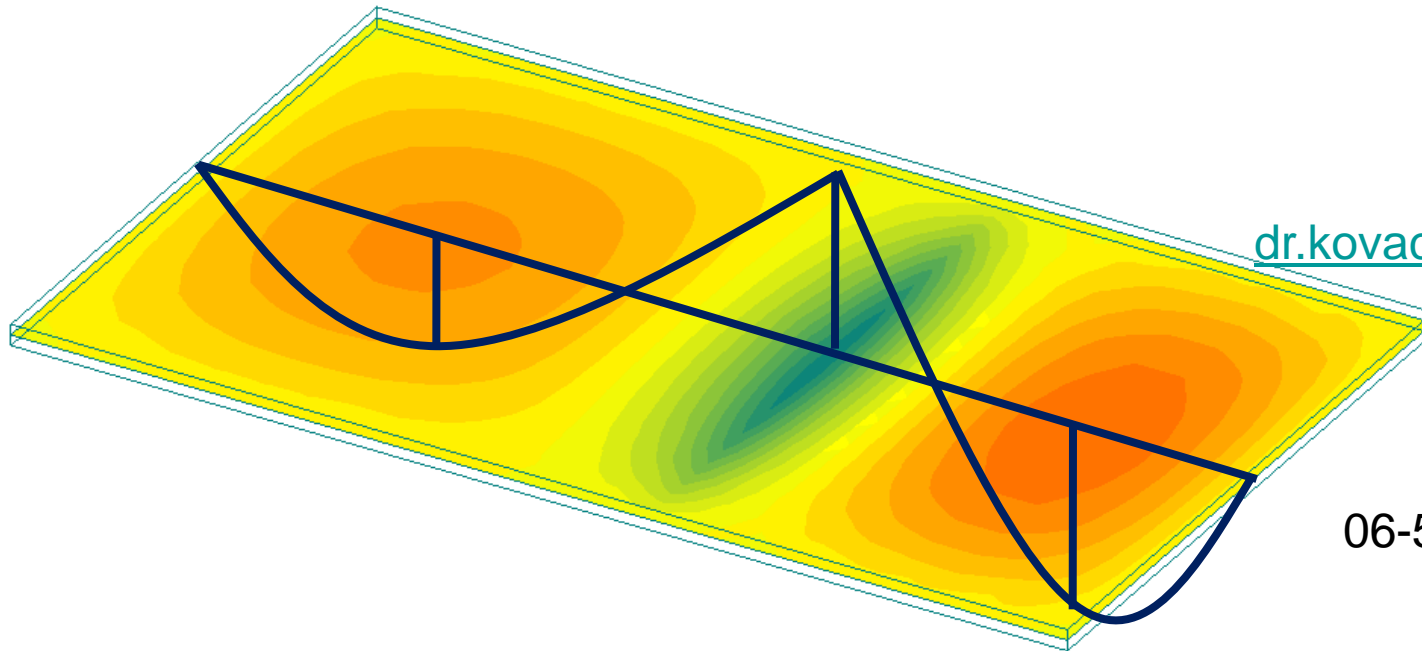


Vasbetonszerkezetek II.

- Marcus-féle tartósáv módszer, VEM, Összetett lemezmezők -

Köszönöm a figyelmet!

Dr. Kovács Imre PhD
tanszékvezető
főiskolai tanár



E-mail:
dr.kovacs.imre@gmail.com

Mobil:
06-30-743-68-65

Iroda:
06-52-415-155 / 77764

WEB:
<http://epitotsz.mk.unideb.hu/>