

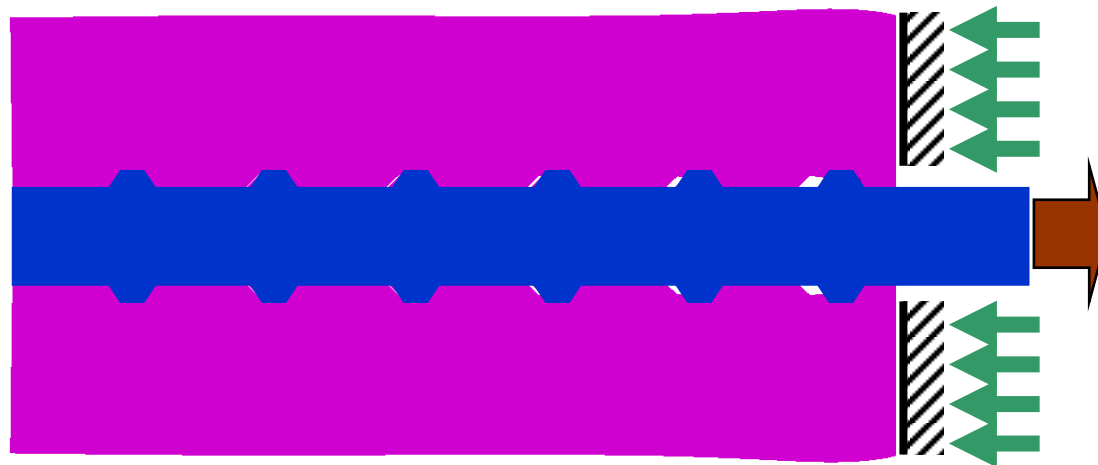
# Reinforced Concrete Structures I.

## V.

### Vasbetonszerkezetek I.

- A beton és a betonacél kapcsolata -

**Dr. Kovács Imre PhD**  
tanszékvezető  
főiskolai tanár



**E-mail:**  
[dr.kovacs.imre@gmail.com](mailto:dr.kovacs.imre@gmail.com)

**Mobil:**  
06-30-743-68-65

**Iroda:**  
06-52-415-155 / 77764

**WEB:**

[www.epito.eng.unideb.hu](http://www.epito.eng.unideb.hu)

# Modelling of reinforced concrete (RC) structures

## Vasbeton szerkezetek modellezése

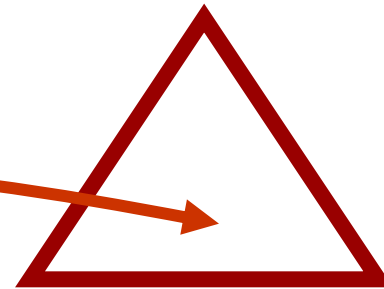
### Numerikus szimuláció

lineáris, nem lineáris vizsgálat

### Anyagjellemzők

homogén, inhomogén, izotróp, anizotrop  
lineárisan rugalmas, nem lineárisan rugalmas,  
képlékeny, viszkózus, reológiai jellemzők

### Szerkezeti viselkedés



### Környezet

tartóssági kérdések,  
terhek, hatások,

### Mérethatás

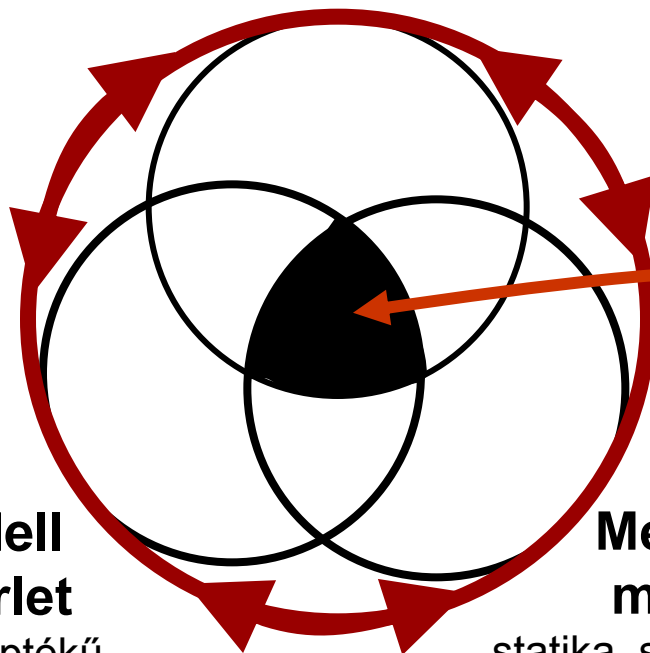
„size effect”

### Modell kísérlet

valós léptékű  
nem valós léptékű

### Mérnöki modell

statika, szilárdságtan,  
rugalmasságtan, dinamika

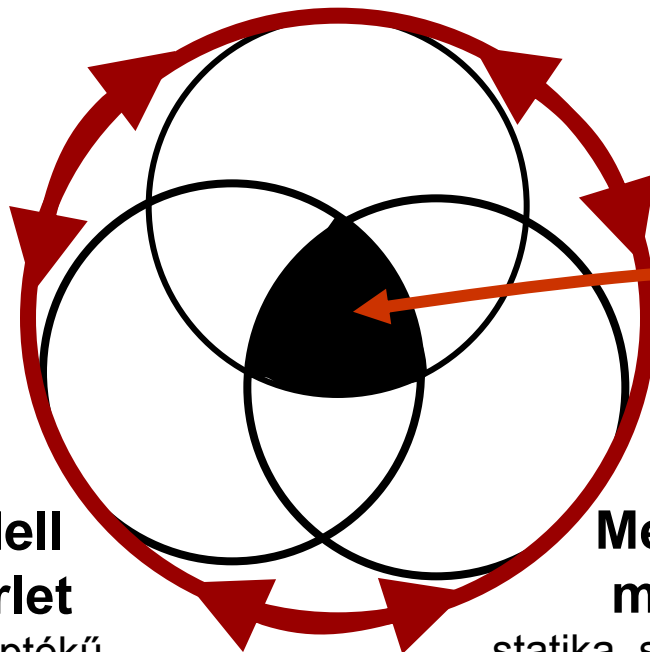


# Modelling of reinforced concrete (RC) structures

## Vasbeton szerkezetek modellezése

### Numerikus szimuláció

lineáris, nem lineáris vizsgálat



### Modell kísérlet

valós léptékű  
nem valós léptékű

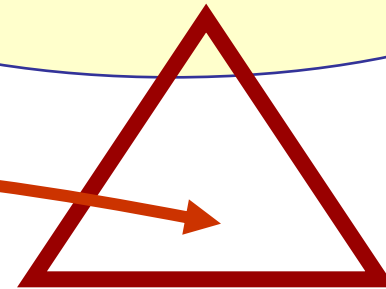
### Mérnöki modell

statika, szilárdságtan,  
rugalmasságtan, dinamika

### Anyagjellemzők

homogén, inhomogén, izotróp, anizotróp  
lineárisan rugalmas, nem lineárisan rugalmas,  
képlékeny, viszkózus, reológiai jellemzők

### Szerkezeti viselkedés



### Környezet

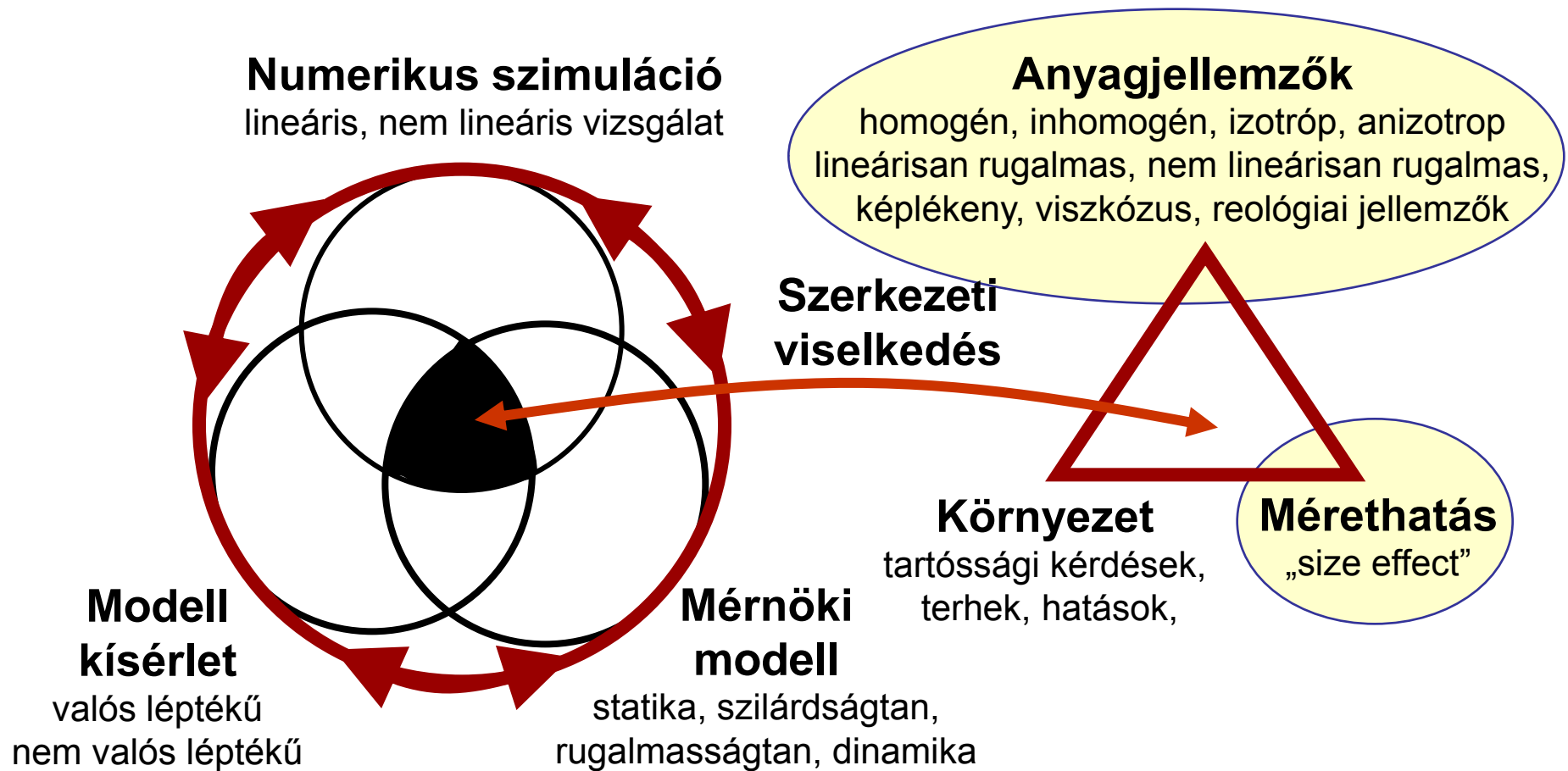
tartóssági kérdések,  
terhek, hatások,

### Mérethatás

„size effect”

# Modelling of reinforced concrete (RC) structures

## Vasbeton szerkezetek modellezése

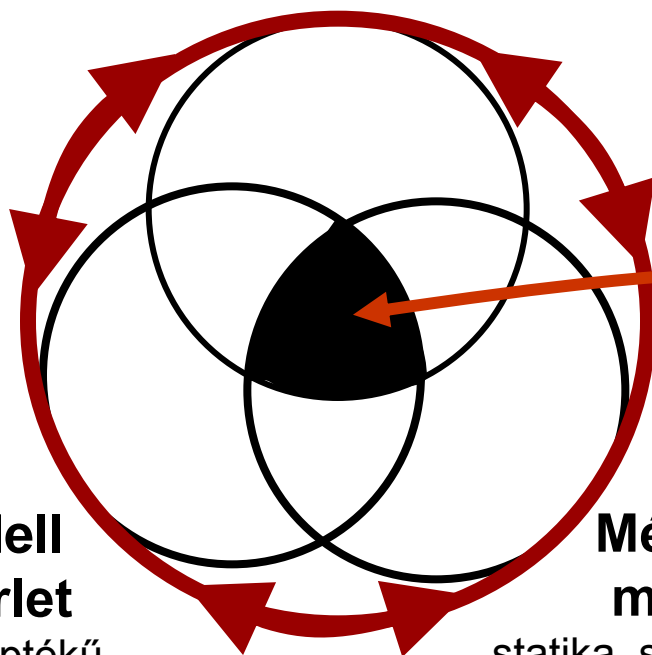


# Modelling of reinforced concrete (RC) structures

## Vasbeton szerkezetek modellezése

### Numerikus szimuláció

lineáris, nem lineáris vizsgálat



### Modell kísérlet

valós léptékű  
nem valós léptékű

### Mérnöki modell

statika, szilárdságtan,  
rugalmasságtan, dinamika

### Anyagjellemzők

homogén, inhomogén, izotróp, anizotróp  
lineárisan rugalmas, nem lineárisan rugalmas,  
képlékeny, viszkózus, reológiai jellemzők

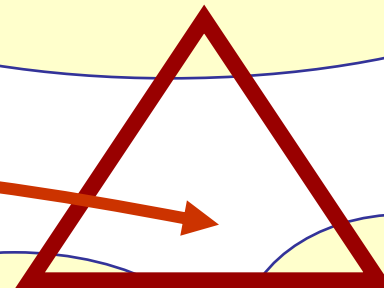
### Szerkezeti viselkedés

### Környezet

tartóssági kérdések,  
terhek, hatások,

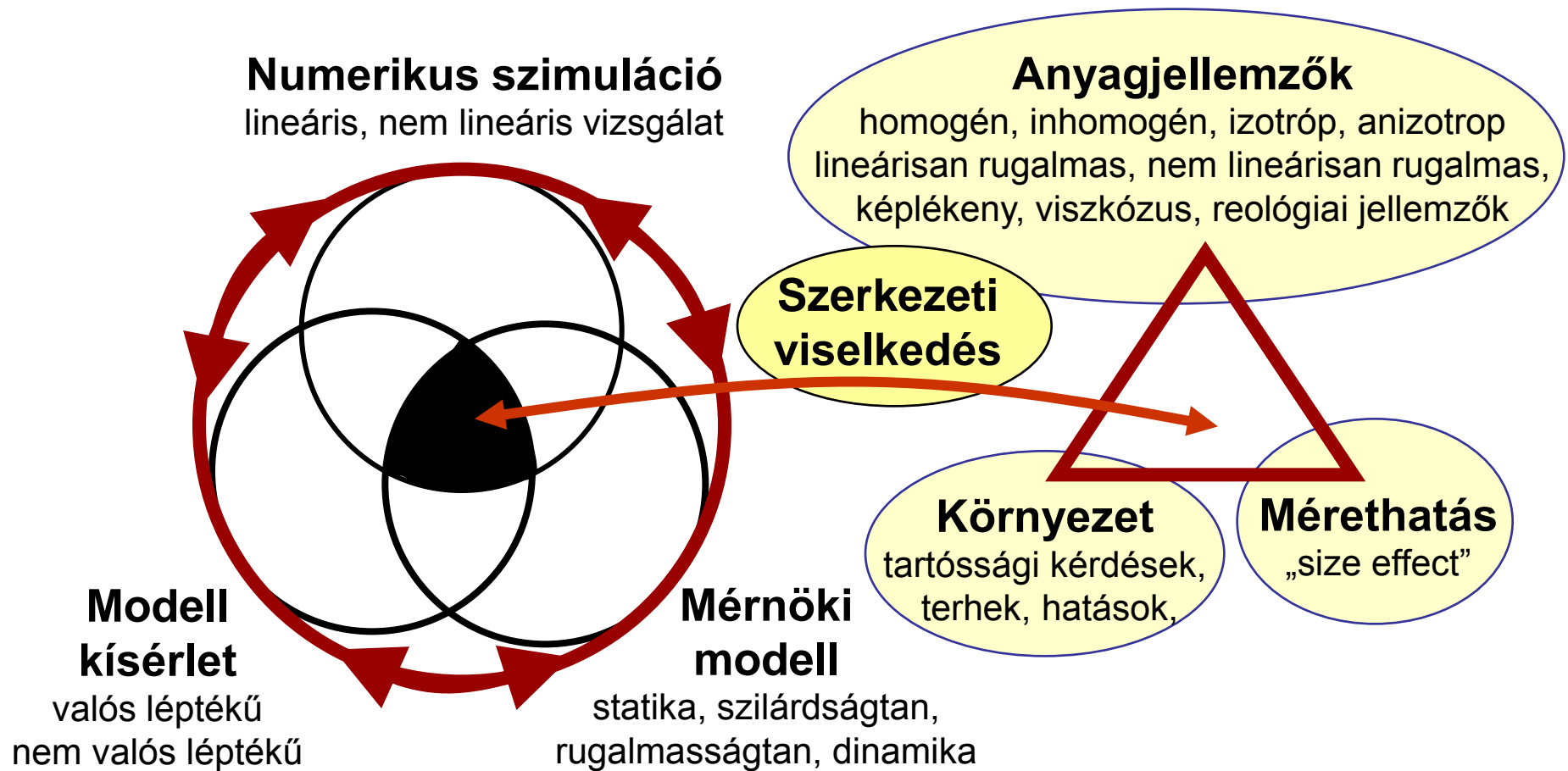
### Mérethatás

„size effect”



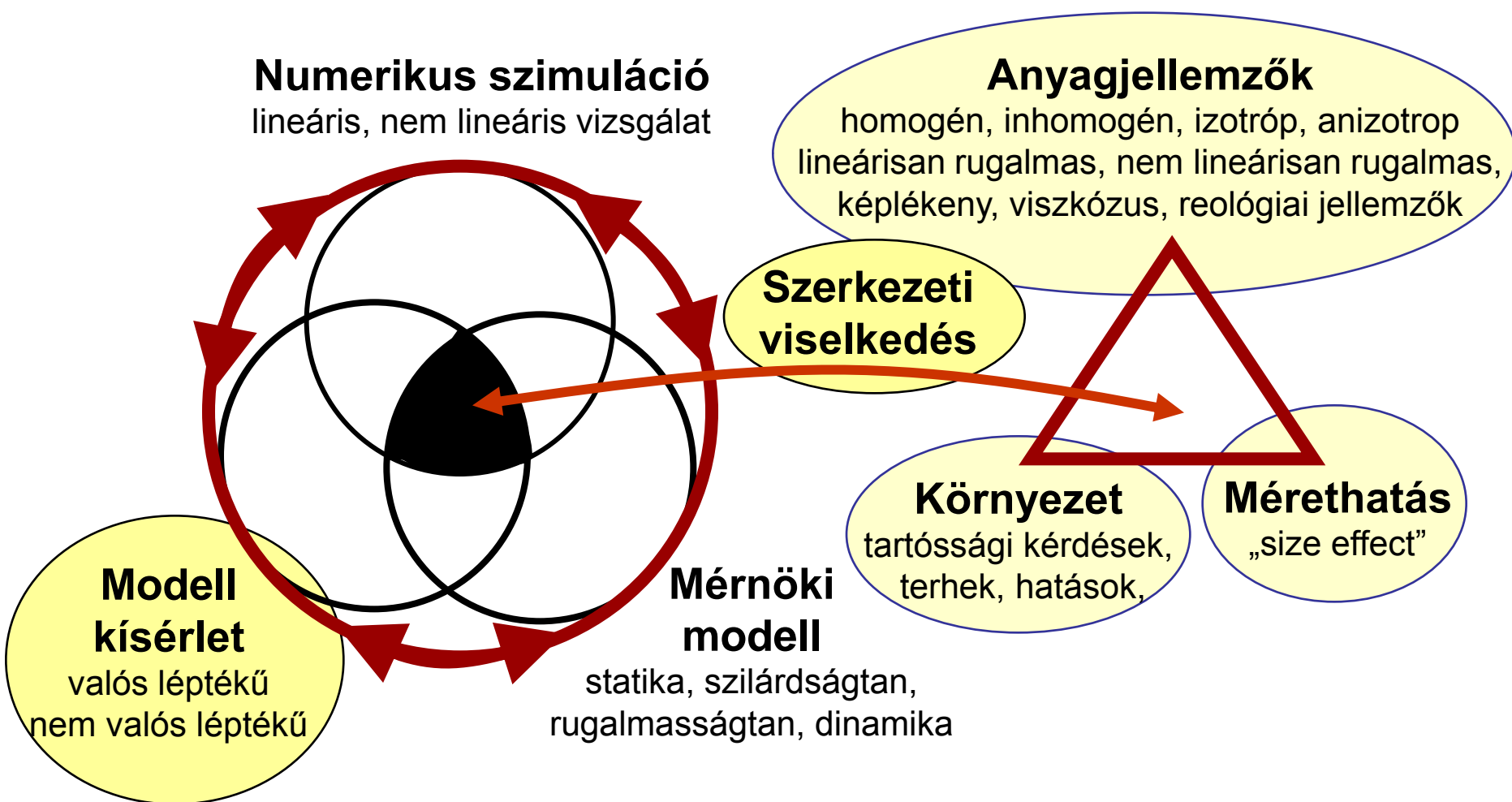
# Modelling of reinforced concrete (RC) structures

## Vasbeton szerkezetek modellezése



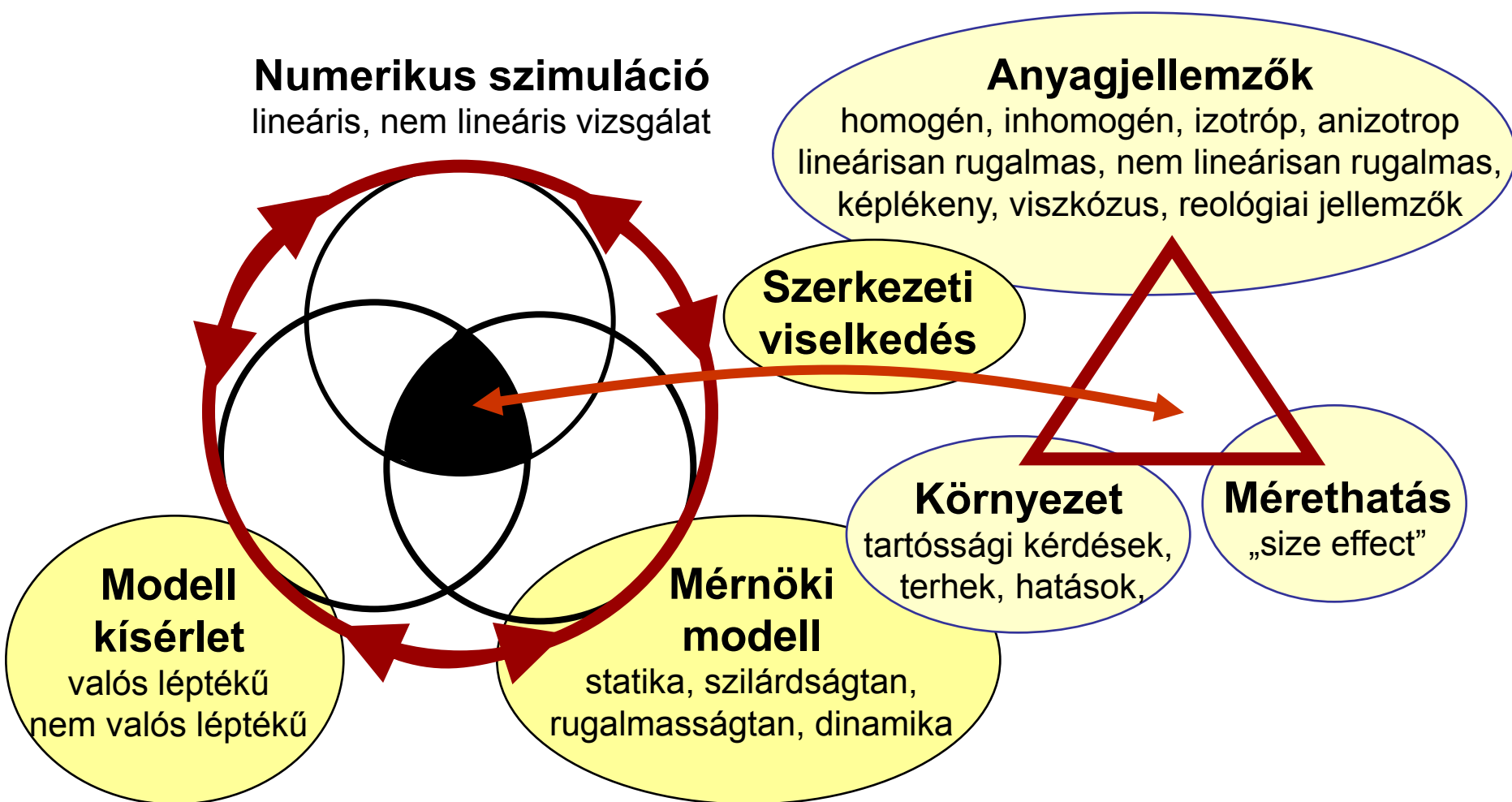
# Modelling of reinforced concrete (RC) structures

## Vasbeton szerkezetek modellezése



# Modelling of reinforced concrete (RC) structures

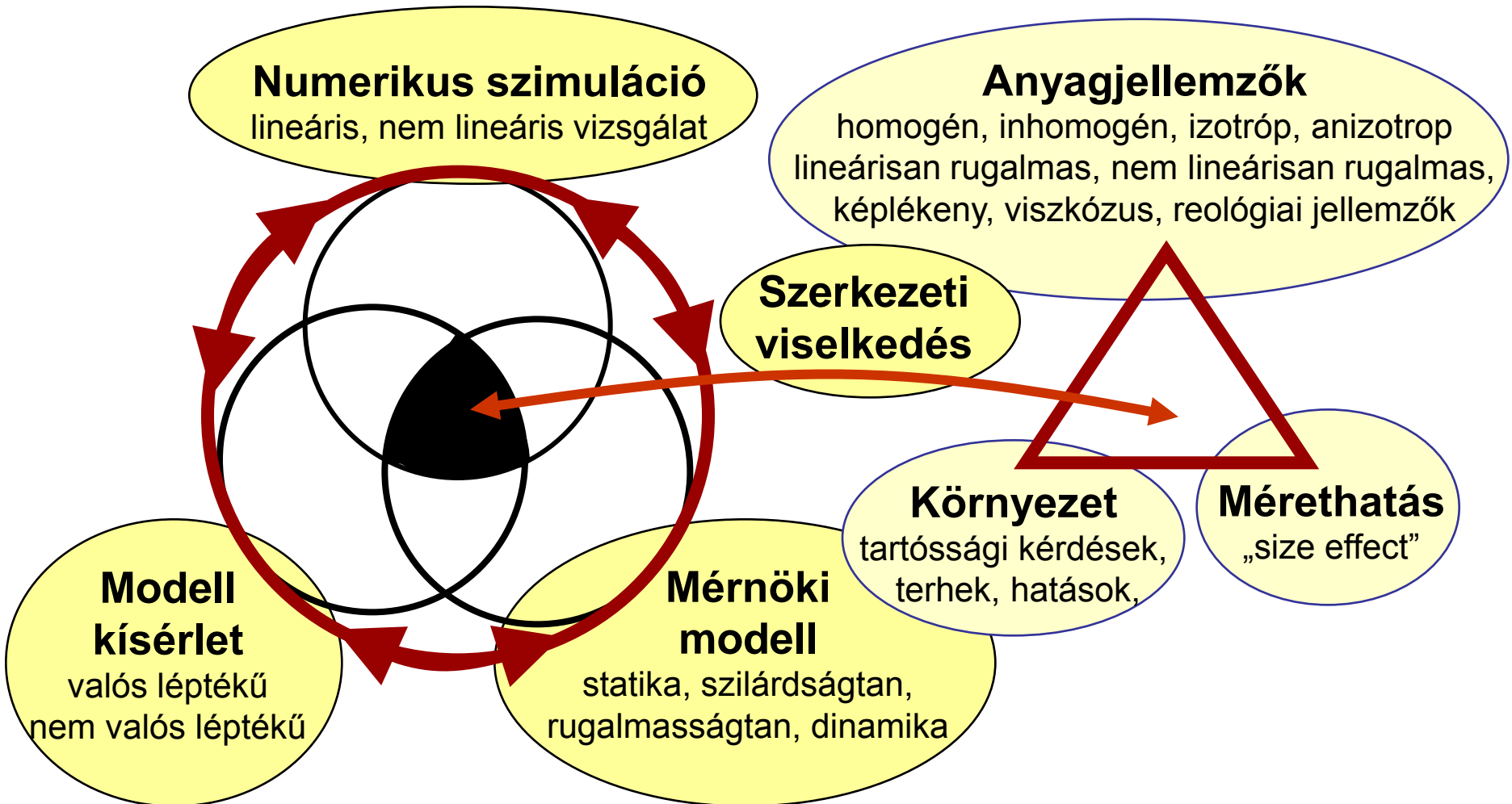
## Vasbeton szerkezetek modellezése





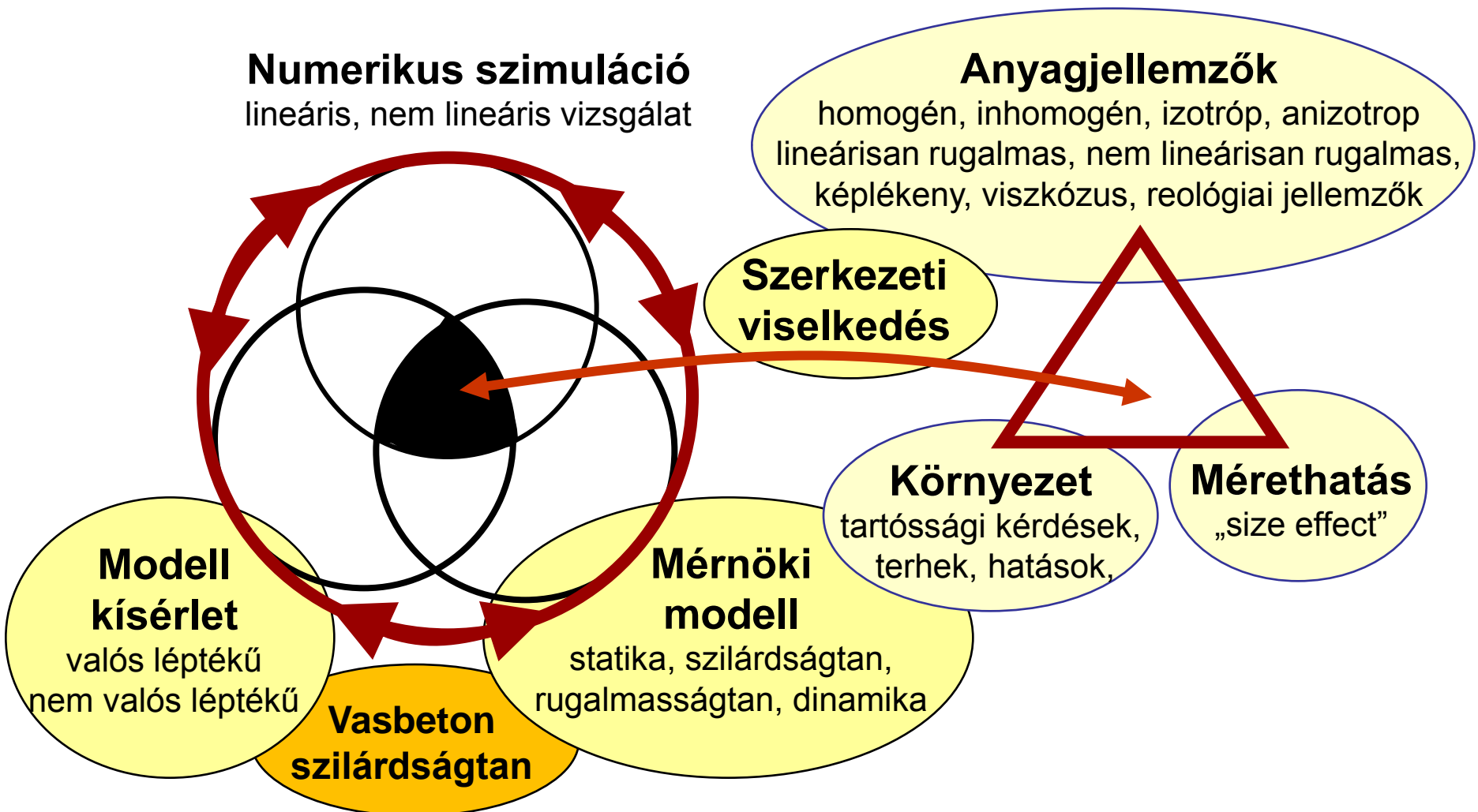
# Modelling of reinforced concrete (RC) structures

## Vasbeton szerkezetek modellezése



# Modelling of reinforced concrete (RC) structures

## Vasbeton szerkezetek modellezése



# Loading of RC cross-section

## Vasbeton keresztmetszet igénybevételei

### Egyszerű igénybevételek

# Loading of RC cross-section

## Vasbeton keresztmetszet igénybevételei

### Egyszerű igénybevételek

```
graph TD; A[Egyszerű igénybevételek] --> B[Axiális igénybevételek  
Axial forces]; A --> C[Tangenciális igénybevételek  
Tangential forces];
```

#### Axiális igénybevételek

Axial forces

#### Tangenciális igénybevételek

Tangential forces

# Loading of RC cross-section

## Vasbeton keresztmetszet igénybevételei

### Egyszerű igénybevételek

#### Axiális igénybevételek

Axial forces

#### Normál feszültségek,

$\sigma$  [N/mm<sup>2</sup>, MPa]

Normal stresses

#### Tangenciális igénybevételek

Tangential forces

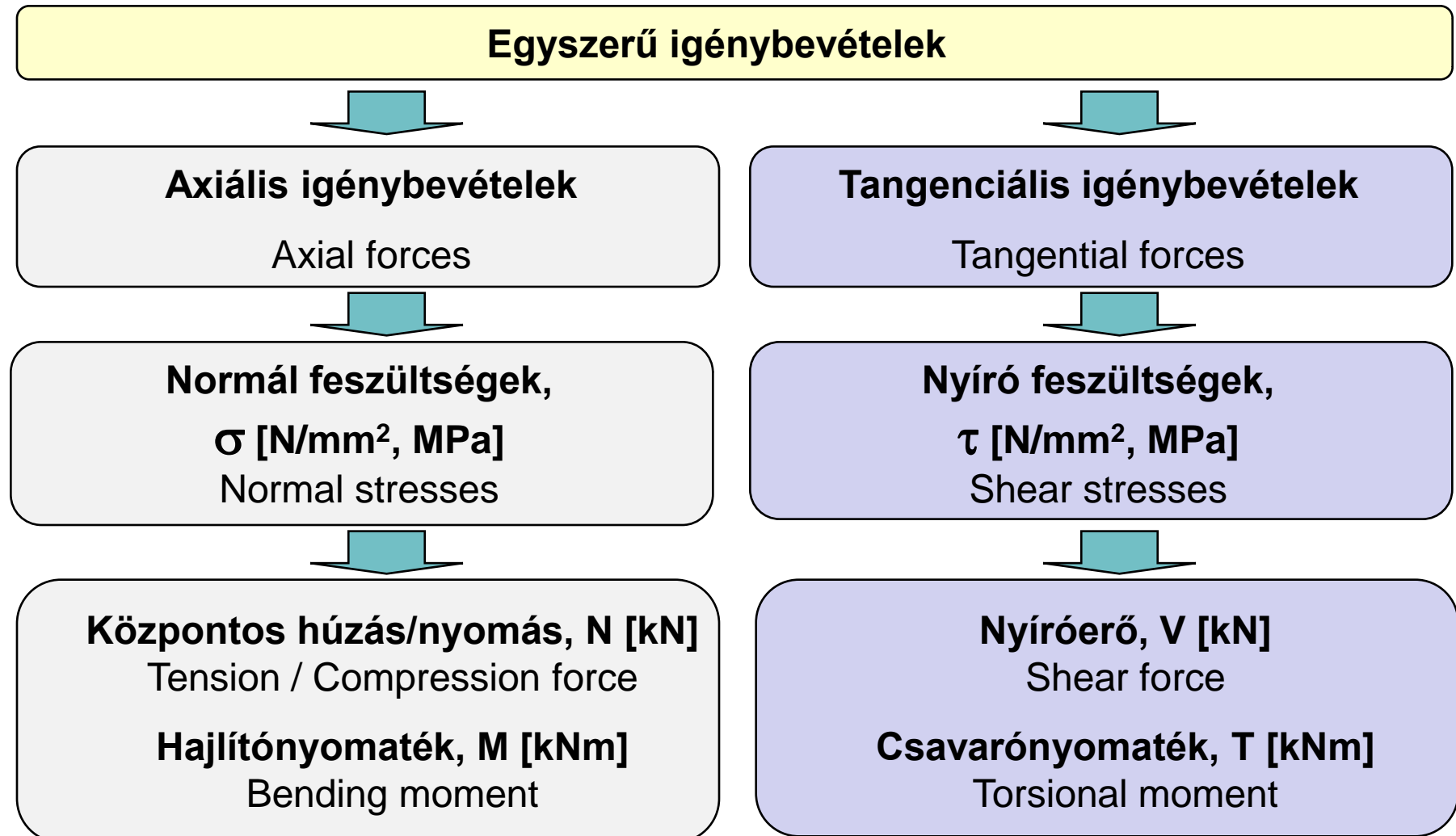
#### Nyíró feszültségek,

$\tau$  [N/mm<sup>2</sup>, MPa]

Shear stresses

# Loading of RC cross-section

## Vasbeton keresztmetszet igénybevételei



# Loading of RC cross-section

## Vasbeton keresztmetszet igénybevételei

**Összetett igénybevételek**

# Loading of RC cross-section

## Vasbeton keresztmetszet igénybevételei

**Összetett igénybevételek**

```
graph TD; A[Összetett igénybevételek] --> B[Axiális igénybevételek]; A --> C[Tangenciális igénybevételek];
```

**Axiális igénybevételek**

Axial forces

**Tangenciális igénybevételek**

Tangential forces



# Loading of RC cross-section

## Vasbeton keresztmetszet igénybevételei

### Összetett igénybevételek

#### Axiális igénybevételek

Axial forces

#### Külpontos húzás

$N(+)$  [kN] –  $M$  [kNm]

Combined tension and bending

#### Külpontos nyomás

$N(-)$  [kN] –  $M$  [kNm]

Combined compression and bending

#### Tangenciális igénybevételek

Tangential forces

#### Csavarással egyidejű nyírás

$T$  [kNm] –  $V$  [kN]

Combined shear and torsion

# Loading of RC cross-section

## Vasbeton keresztmetszet igénybevételei

### Összetett igénybevételek

#### Axiális igénybevételek

Axial forces

#### Külpontos/ferde külpontos húzás

$N(+)$  [kN] –  $M$  [kNm]

Combined tension and bending

#### Külpontos/ferde külpontos nyomás

$N(-)$  [kN] –  $M$  [kNm]

Combined compression and bending

#### Tangenciális igénybevételek

Tangential forces

#### Csavarással egyidejű nyírás

$T$  [kNm] –  $V$  [kN]

Combined shear and torsion

### Axiális és tangenciális igénybevételek

Combined axial and tangential forces

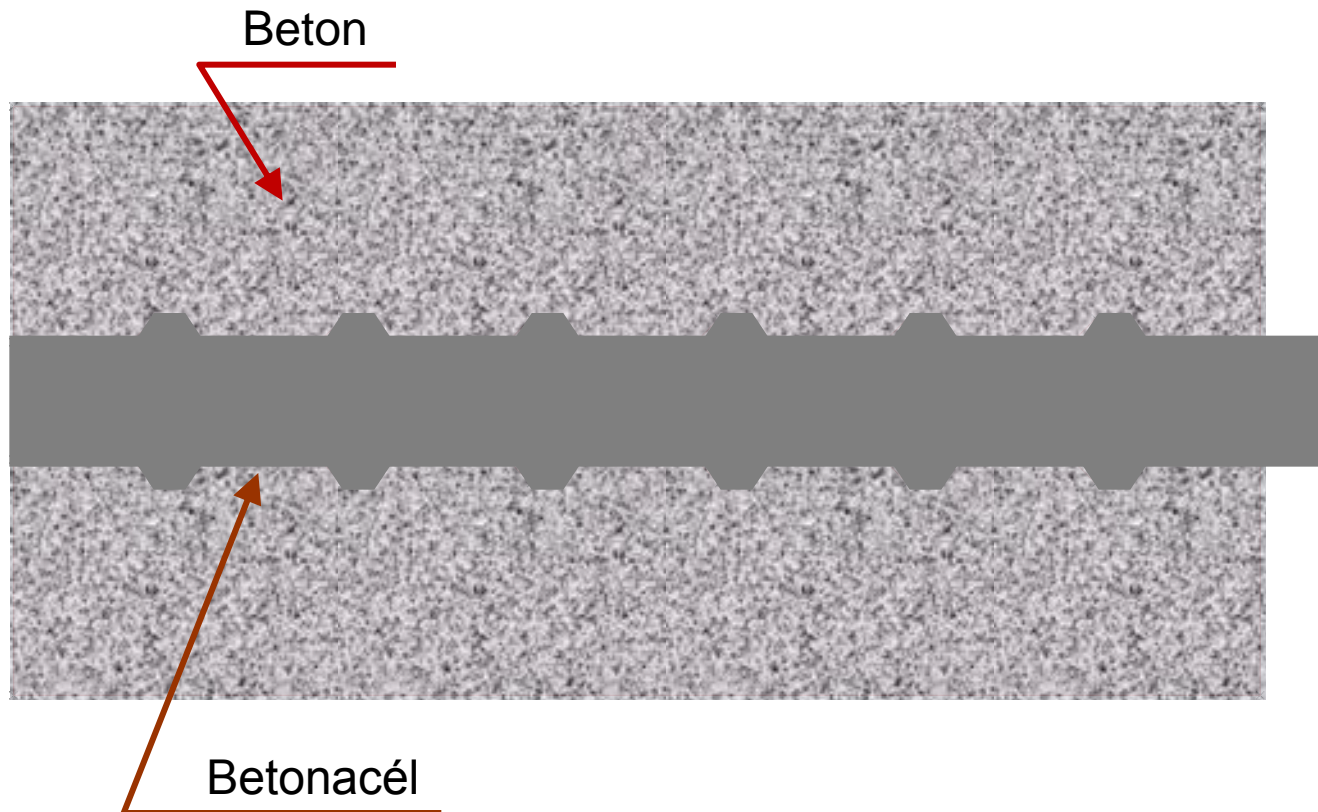
# Bond behaviour of reinforcing bar in concrete

## Beton és betonacél kapcsolatának erőjátéka



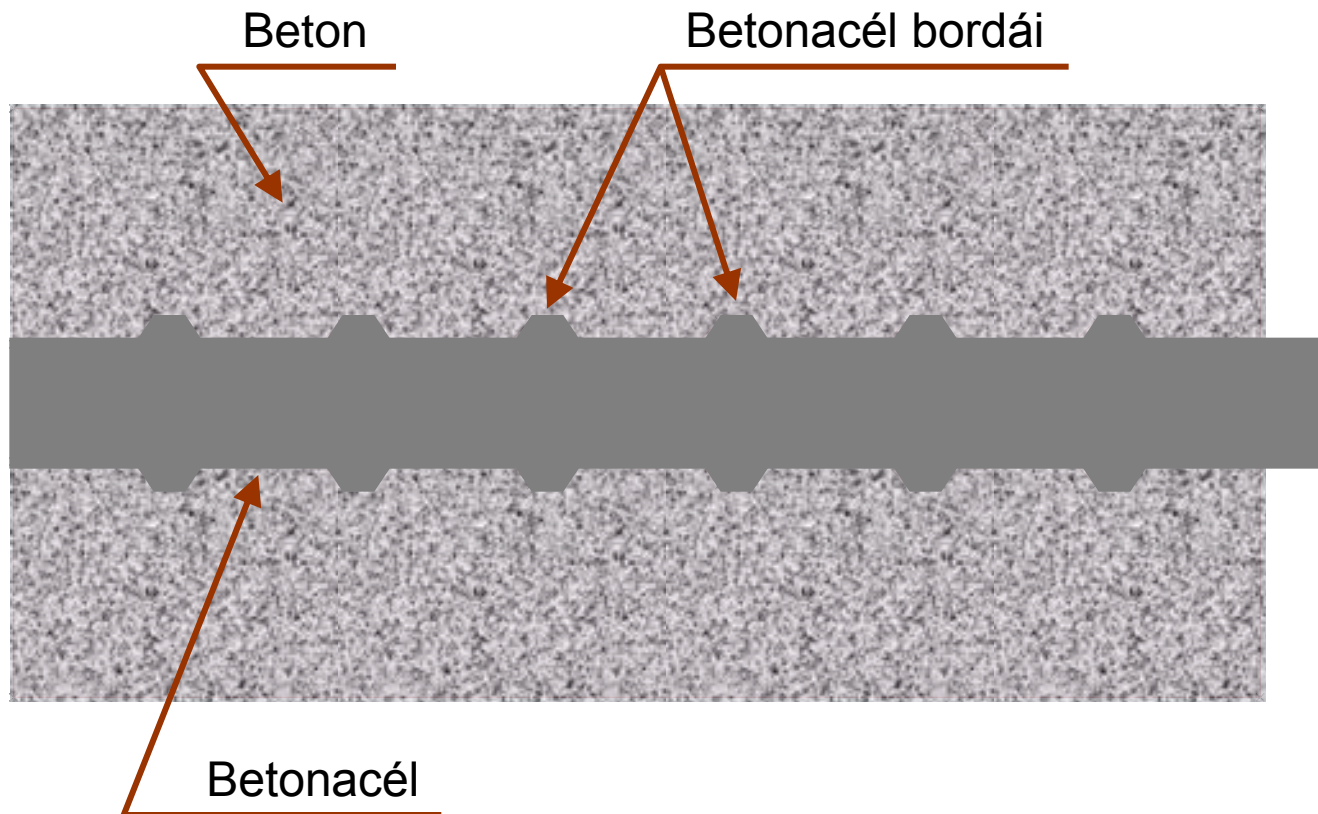
# Bond behaviour of reinforcing bar in concrete

## Beton és betonacél kapcsolatának erőjátéka



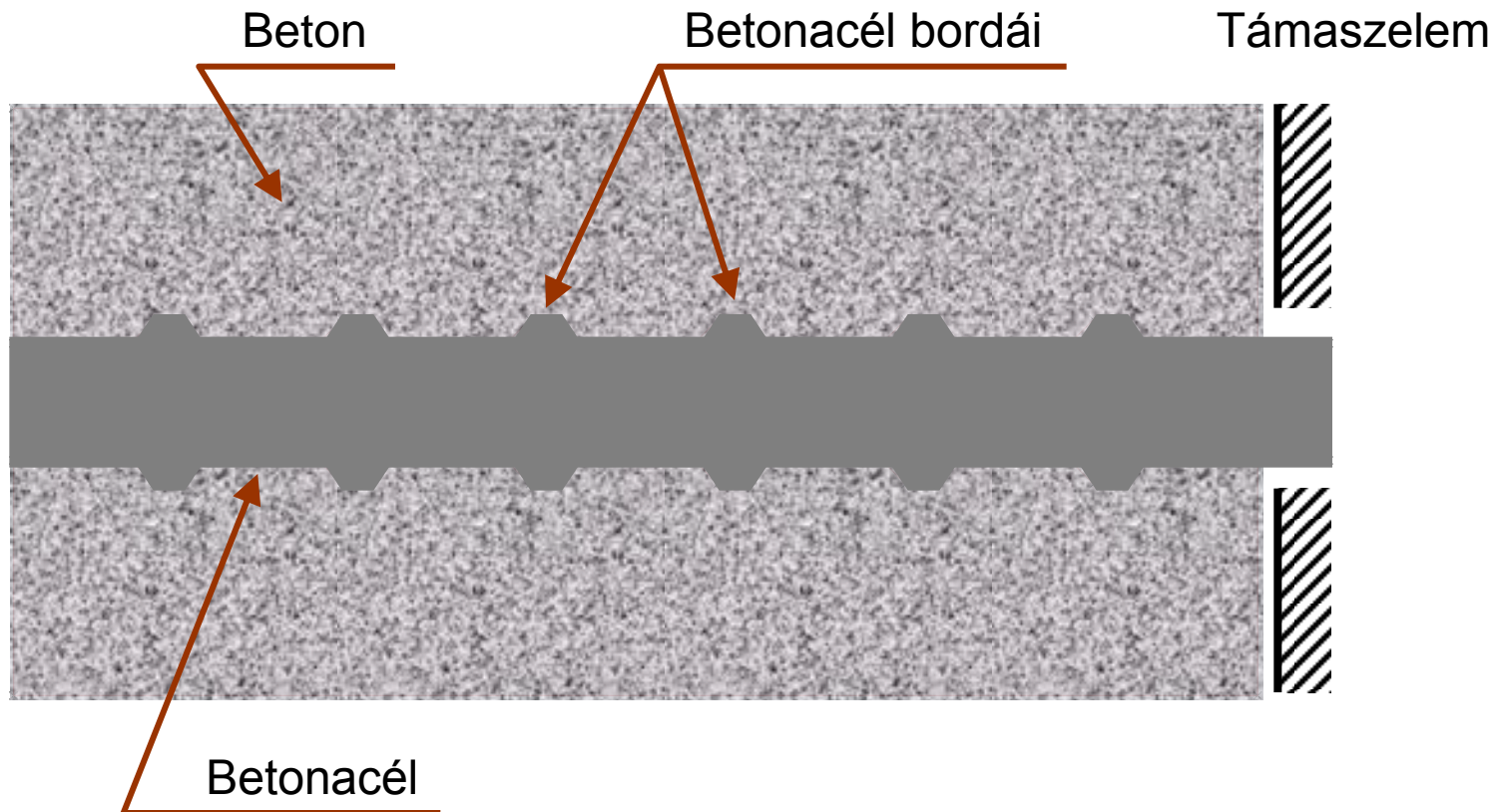
# Bond behaviour of reinforcing bar in concrete

## Beton és betonacél kapcsolatának erőjátéka



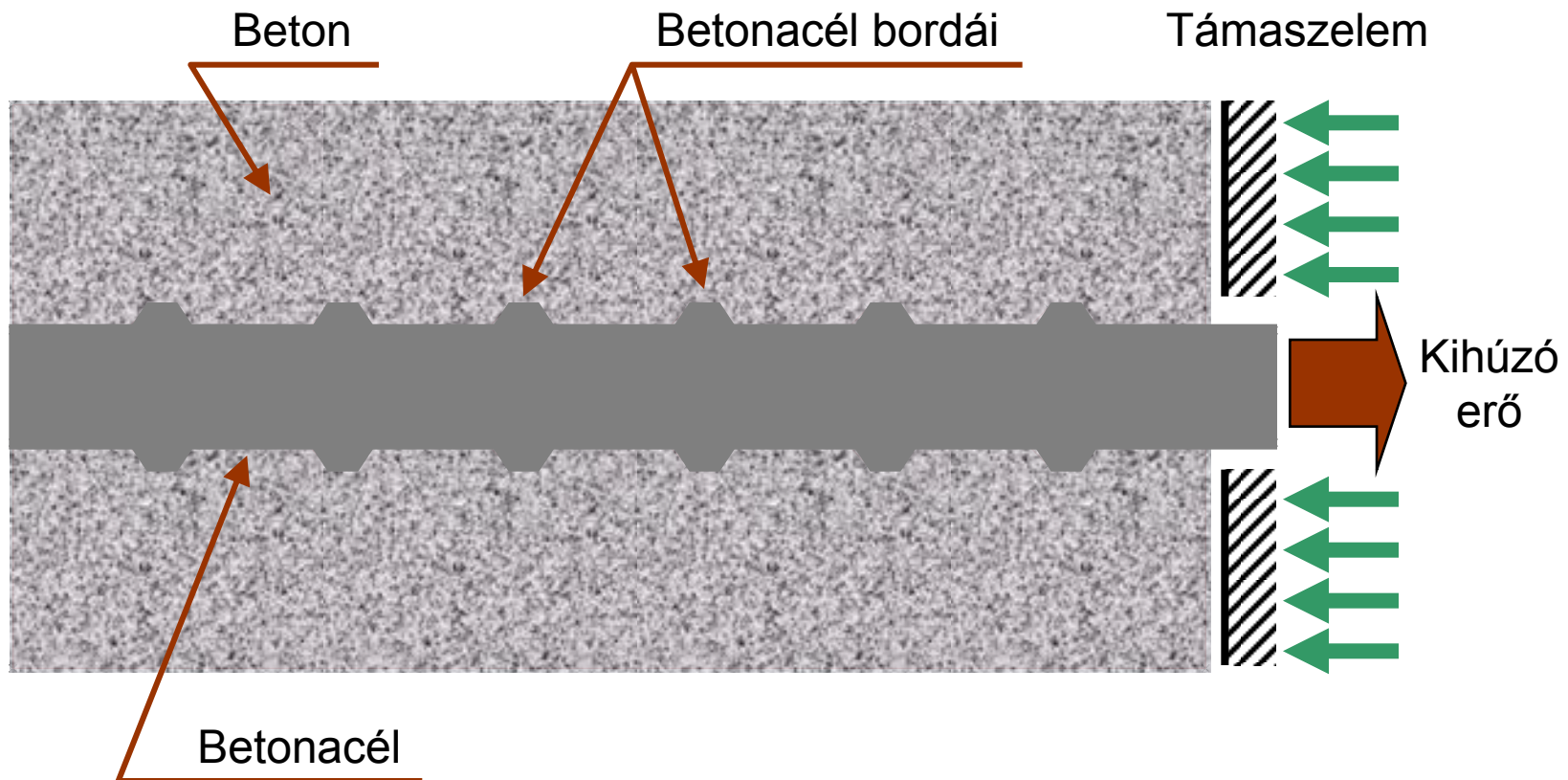
# Bond behaviour of reinforcing bar in concrete

## Beton és betonacél kapcsolatának erőjátéka



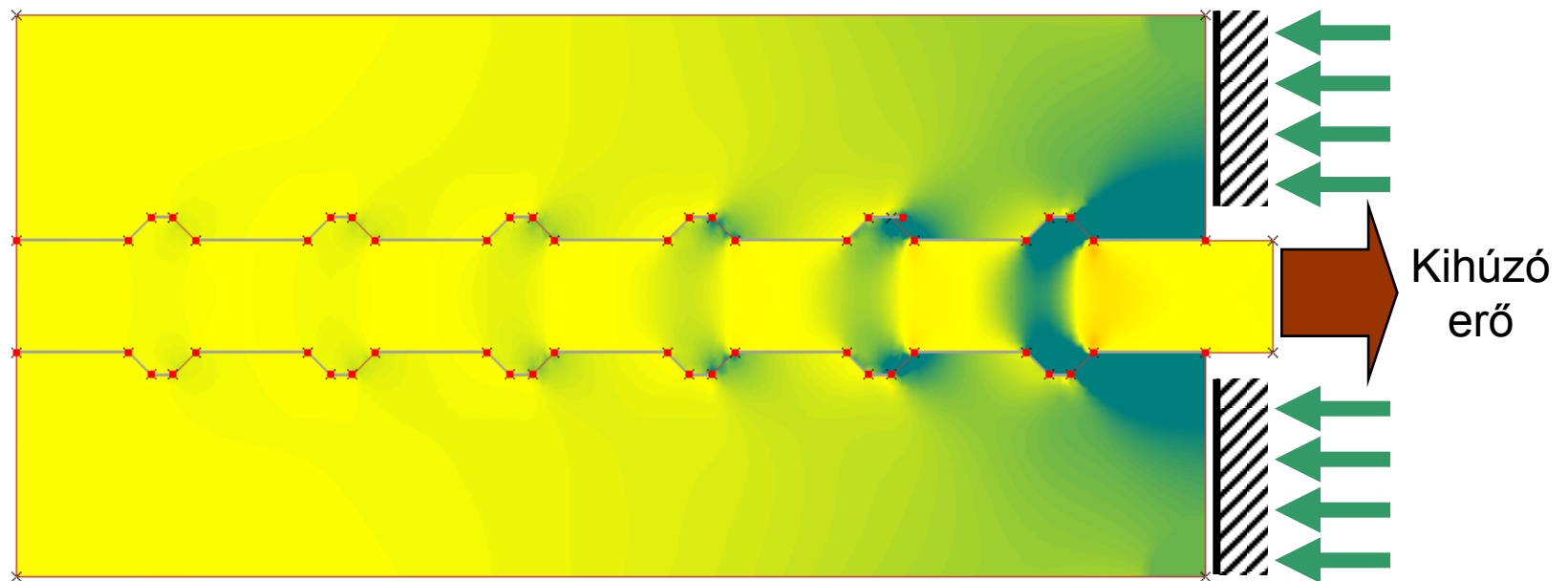
# Bond behaviour of reinforcing bar in concrete

## Beton és betonacél kapcsolatának erőjátéka



# Bond behaviour of reinforcing bar in concrete

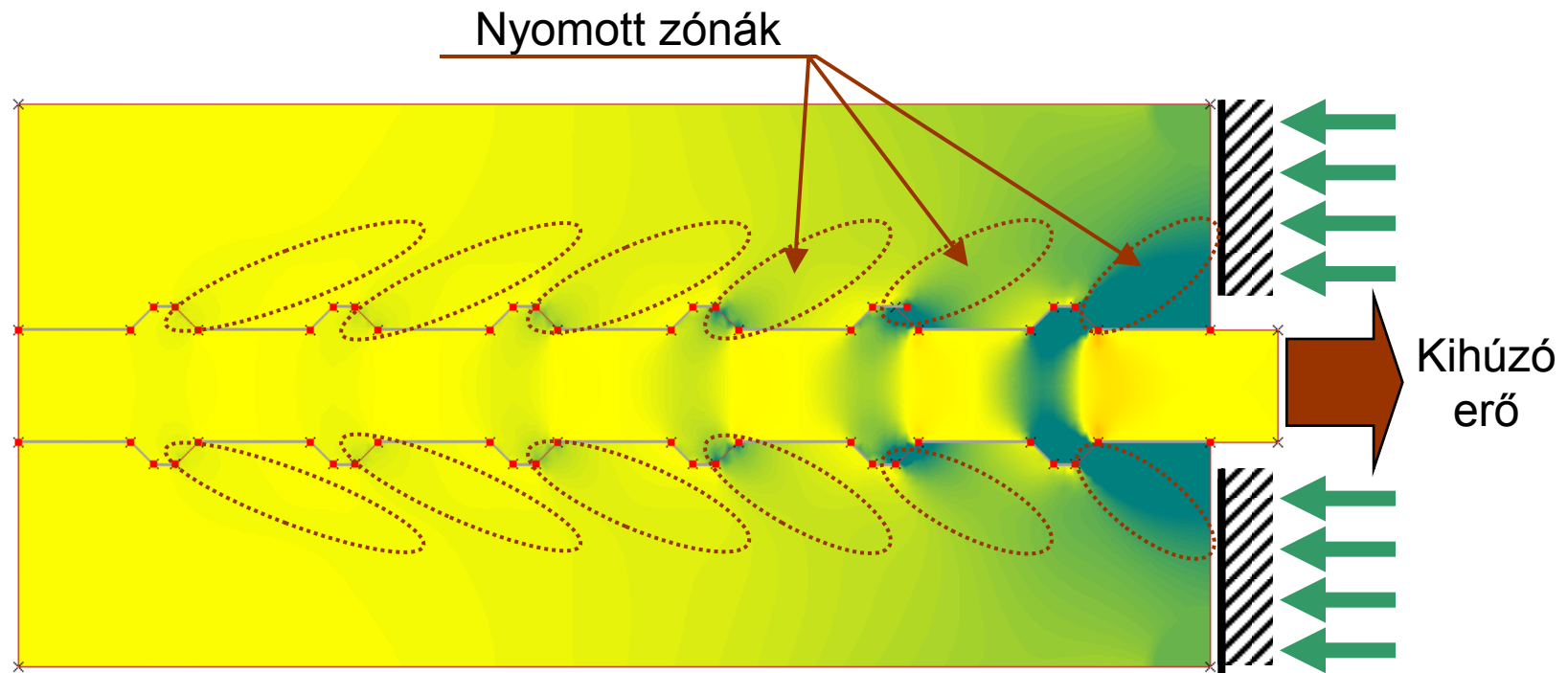
## Beton és betonacél kapcsolatának erőjátéka





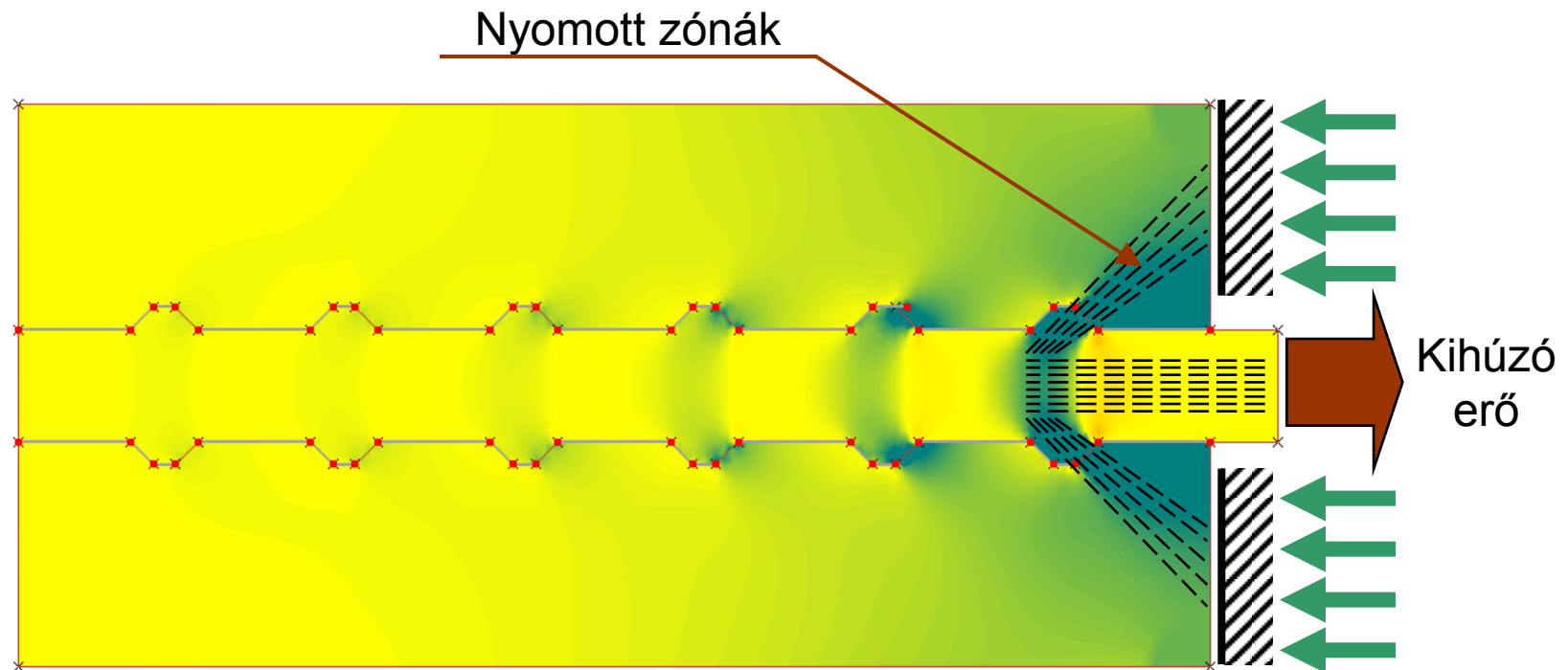
# Bond behaviour of reinforcing bar in concrete

## Beton és betonacél kapcsolatának erőjátéka



# Bond behaviour of reinforcing bar in concrete

## Beton és betonacél kapcsolatának erőjátéka

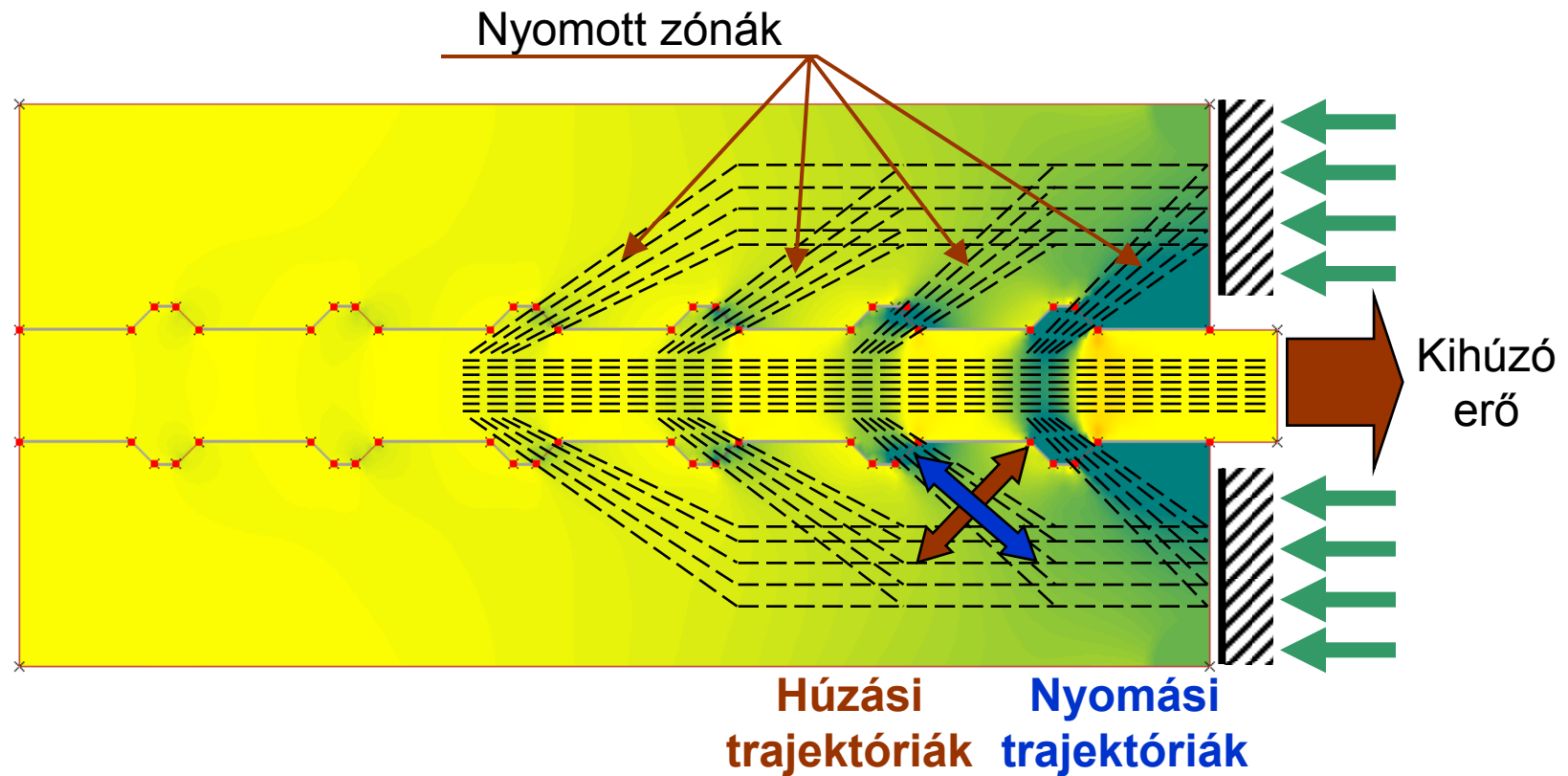






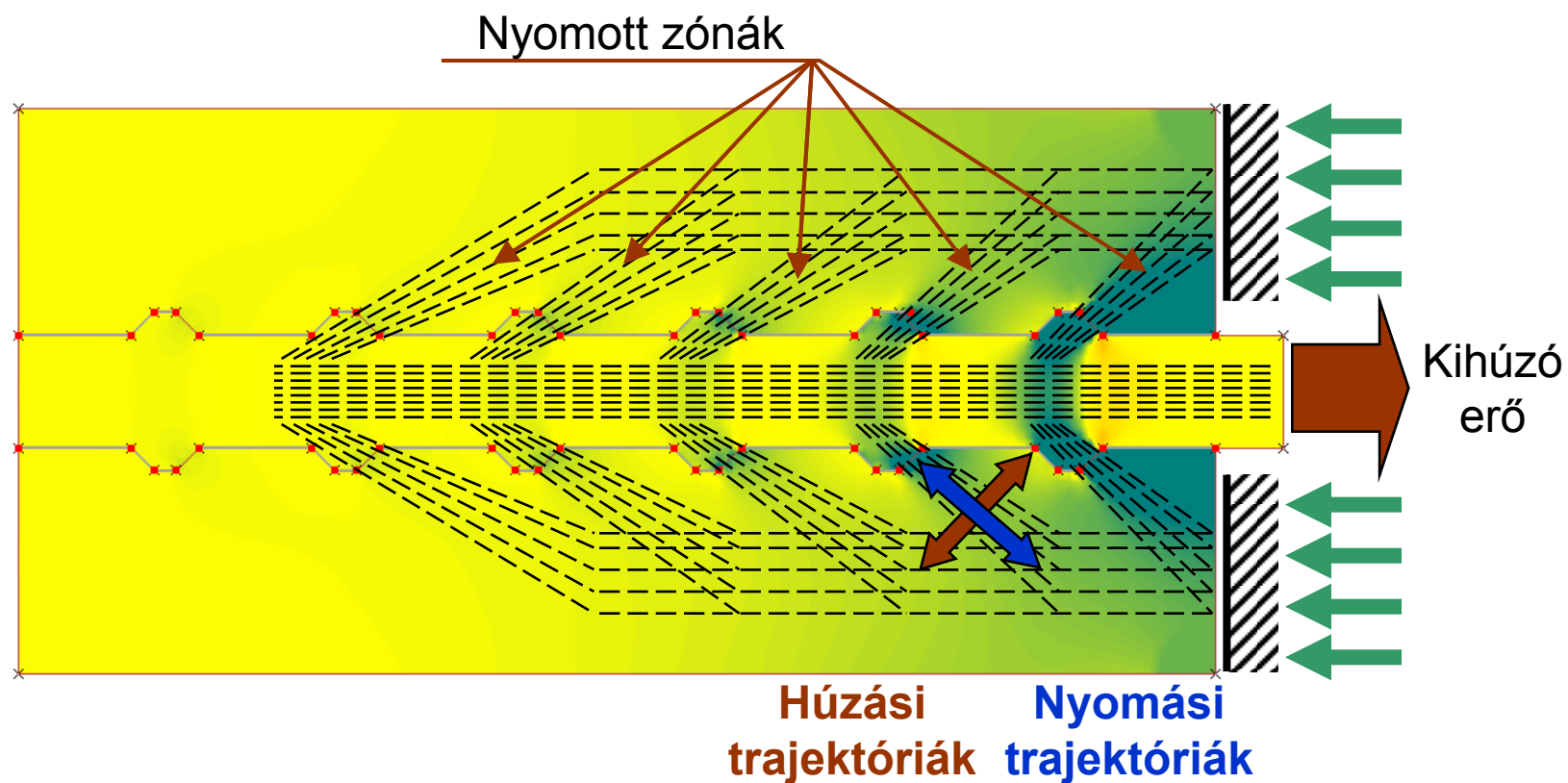
# Bond behaviour of reinforcing bar in concrete

## Beton és betonacél kapcsolatának erőjátéka



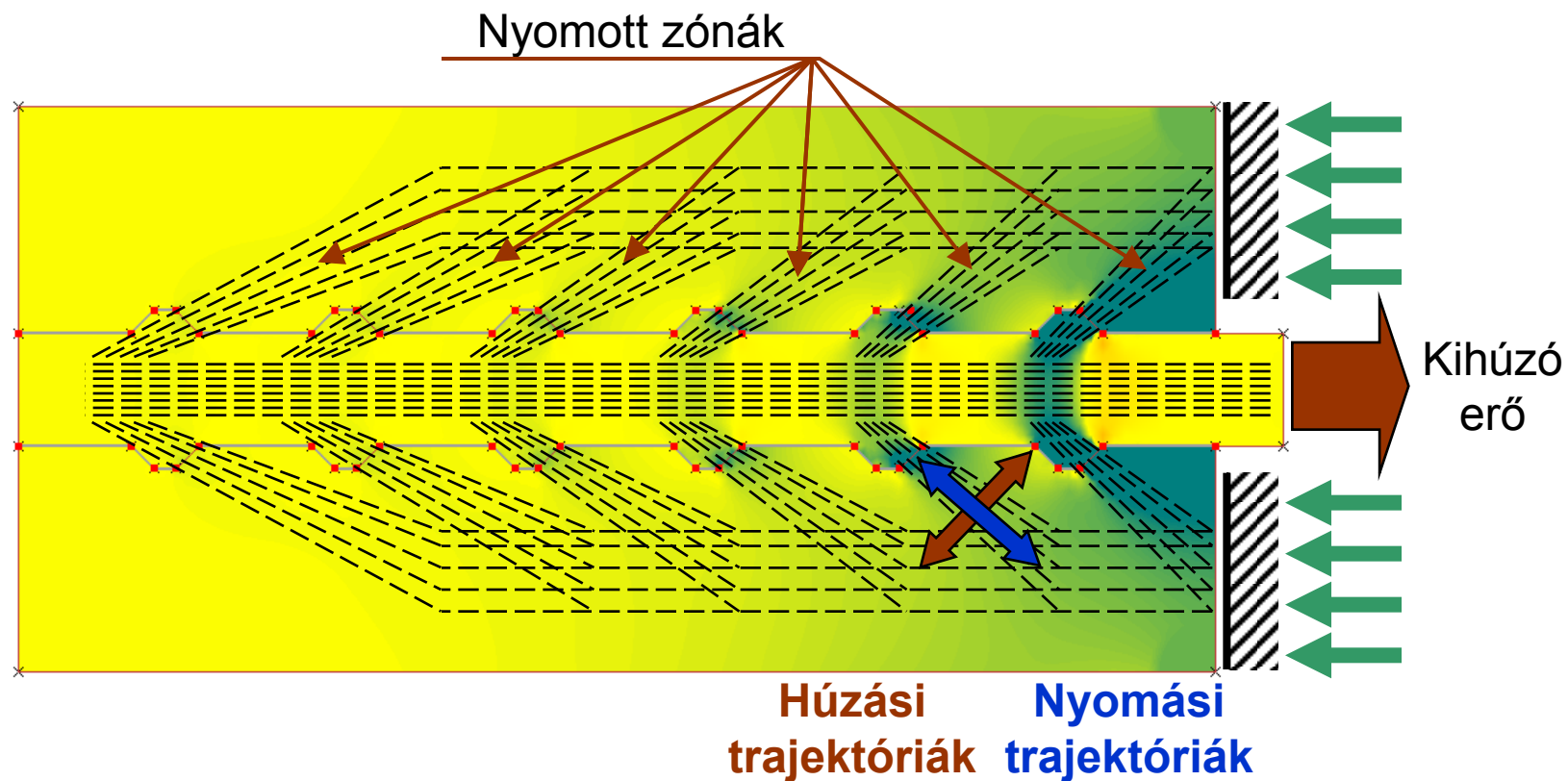
# Bond behaviour of reinforcing bar in concrete

## Beton és betonacél kapcsolatának erőjátéka



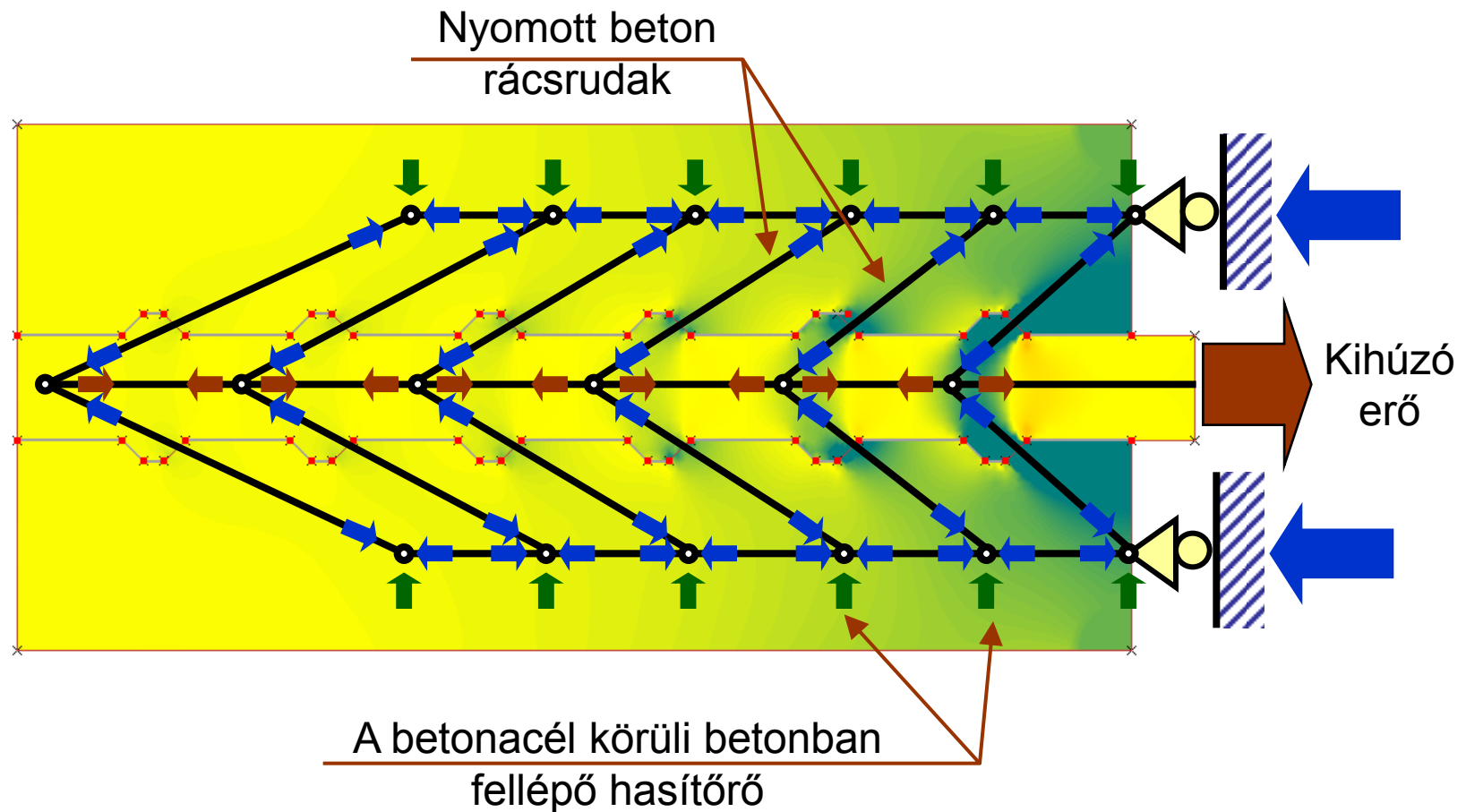
# Bond behaviour of reinforcing bar in concrete

## Beton és betonacél kapcsolatának erőjátéka



# Bond behaviour of reinforcing bar in concrete

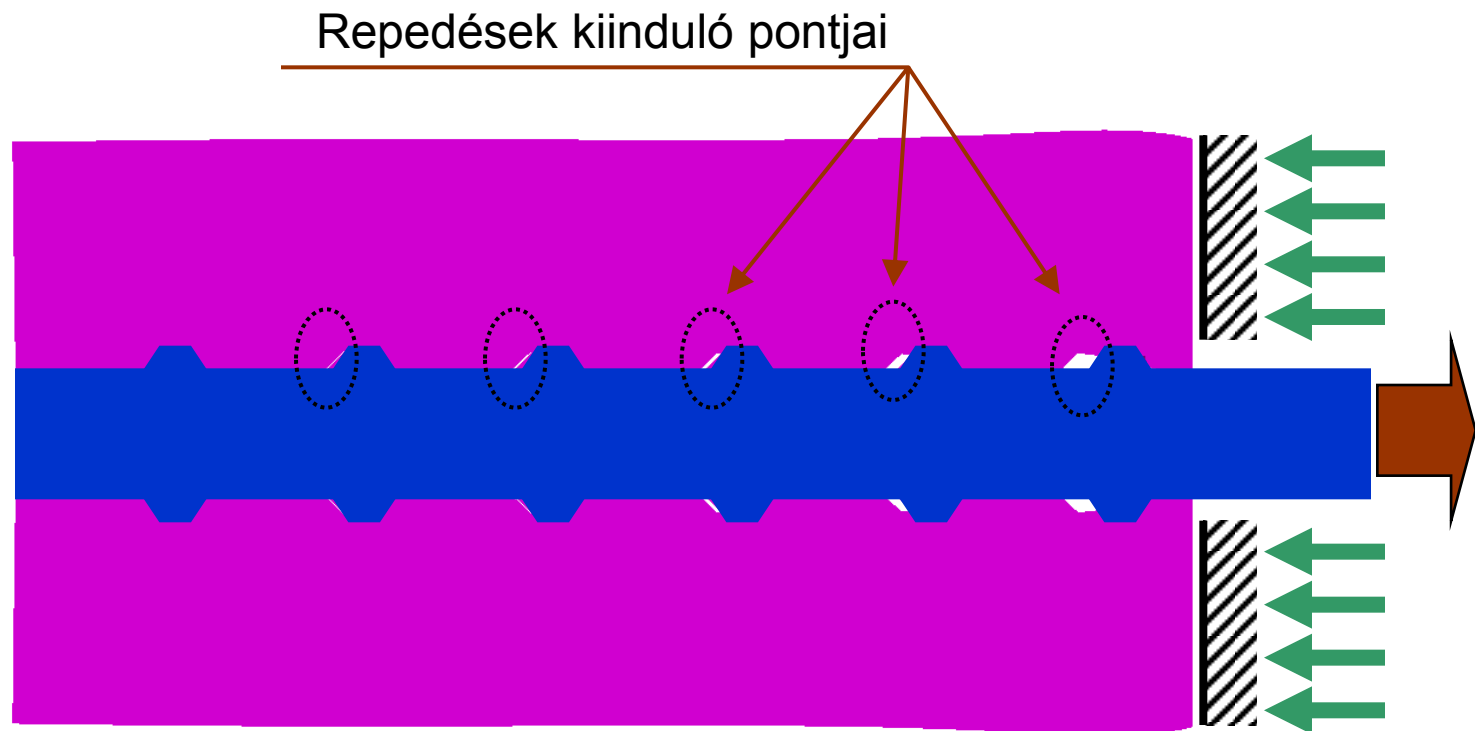
## Beton és betonacél kapcsolatának erőjátéka





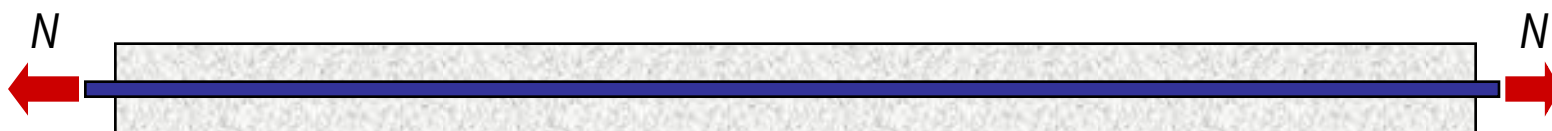
# Bond behaviour of reinforcing bar in concrete

## Beton és betonacél kapcsolatának erőjátéka



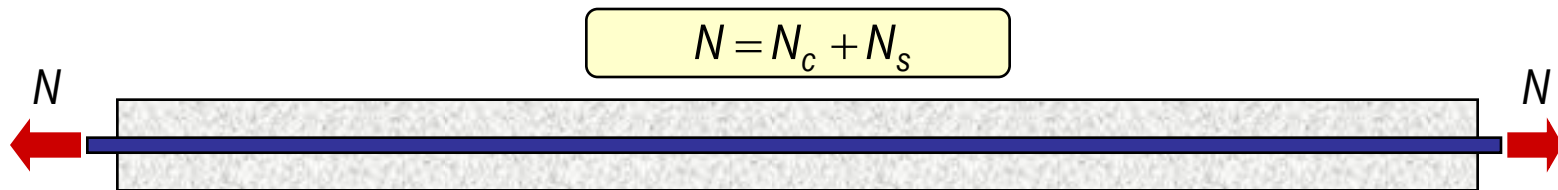
# Behaviour of embedded reinforcing bar in tension

## Bebetonozott acélbetét viselkedése központos húzásban



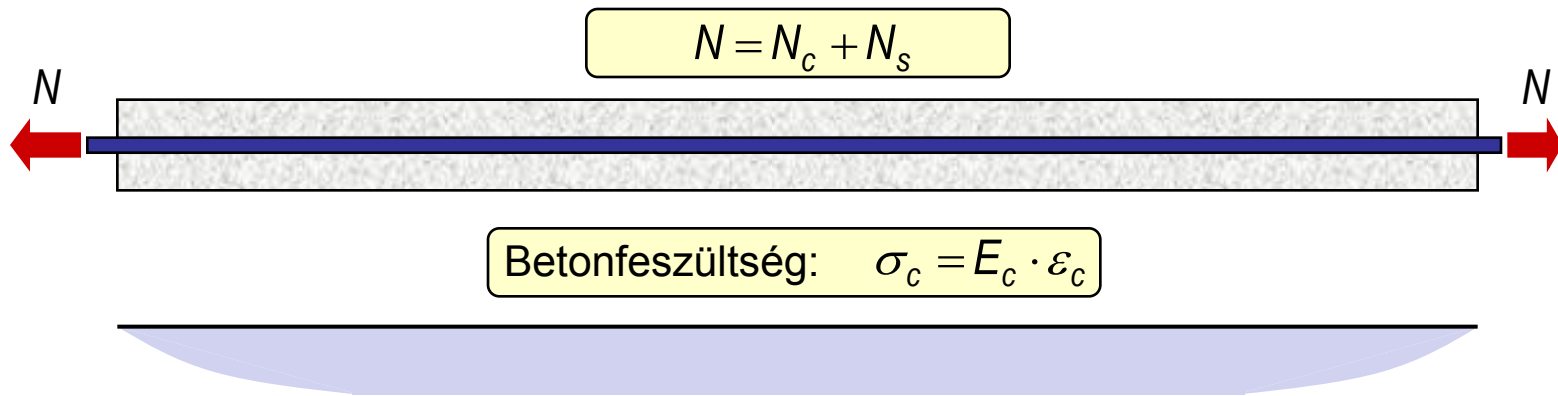
# Behaviour of embedded reinforcing bar in tension

## Bebetonozott acélbetét viselkedése központos húzásban



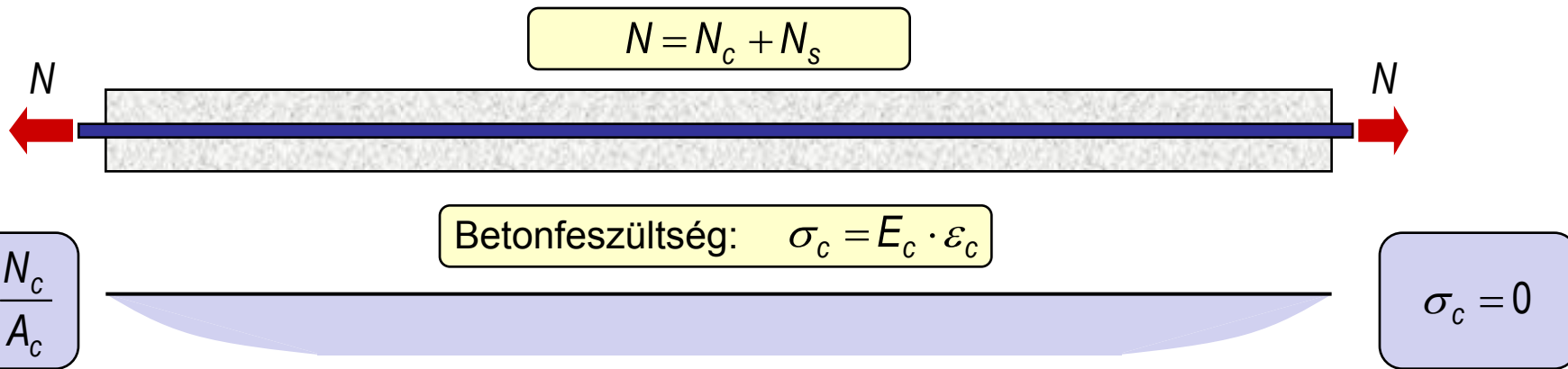
# Behaviour of embedded reinforcing bar in tension

## Bebetonozott acélbetét viselkedése központos húzásban



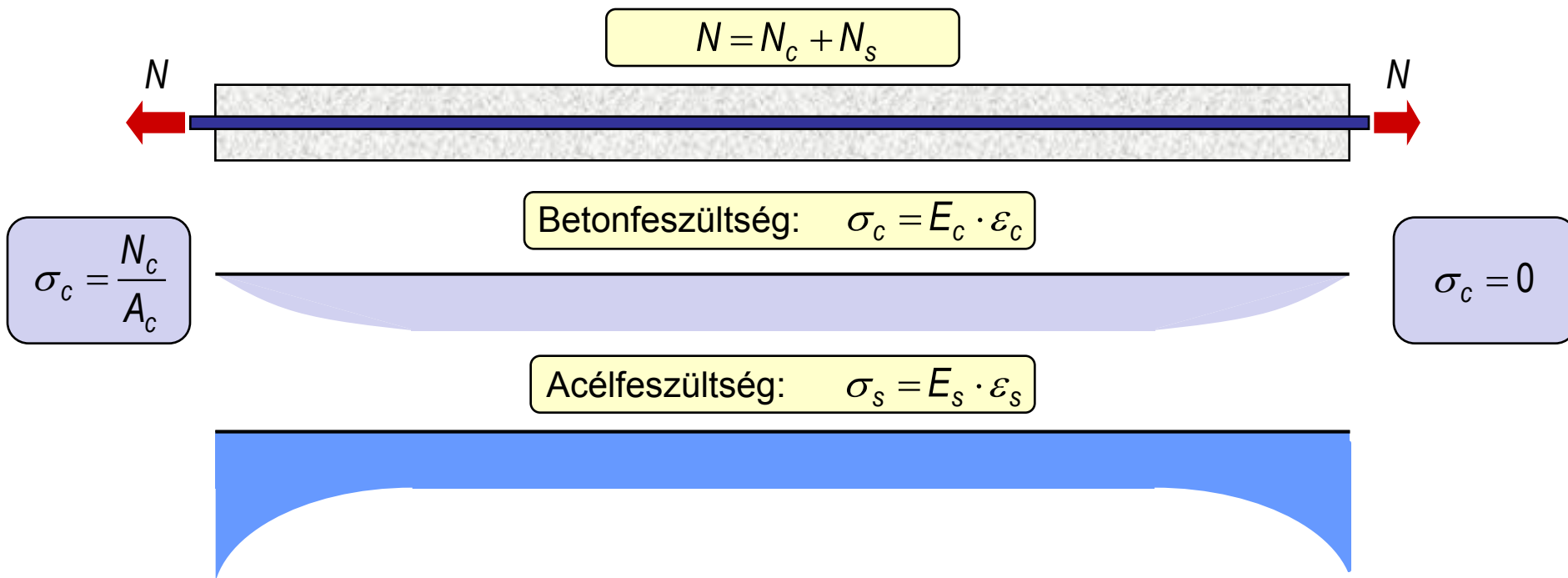
# Behaviour of embedded reinforcing bar in tension

## Bebetonozott acélbetét viselkedése központos húzásban



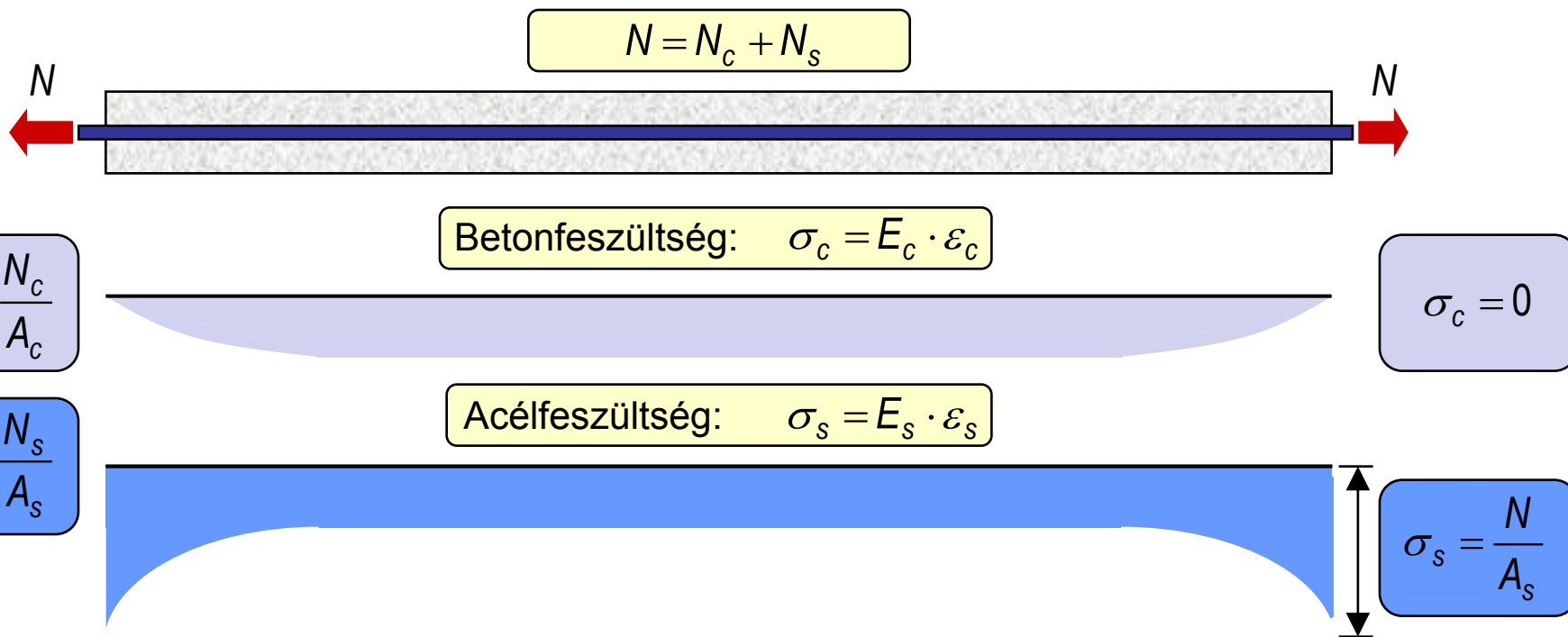
# Behaviour of embedded reinforcing bar in tension

## Bebetonozott acélbetét viselkedése központos húzásban



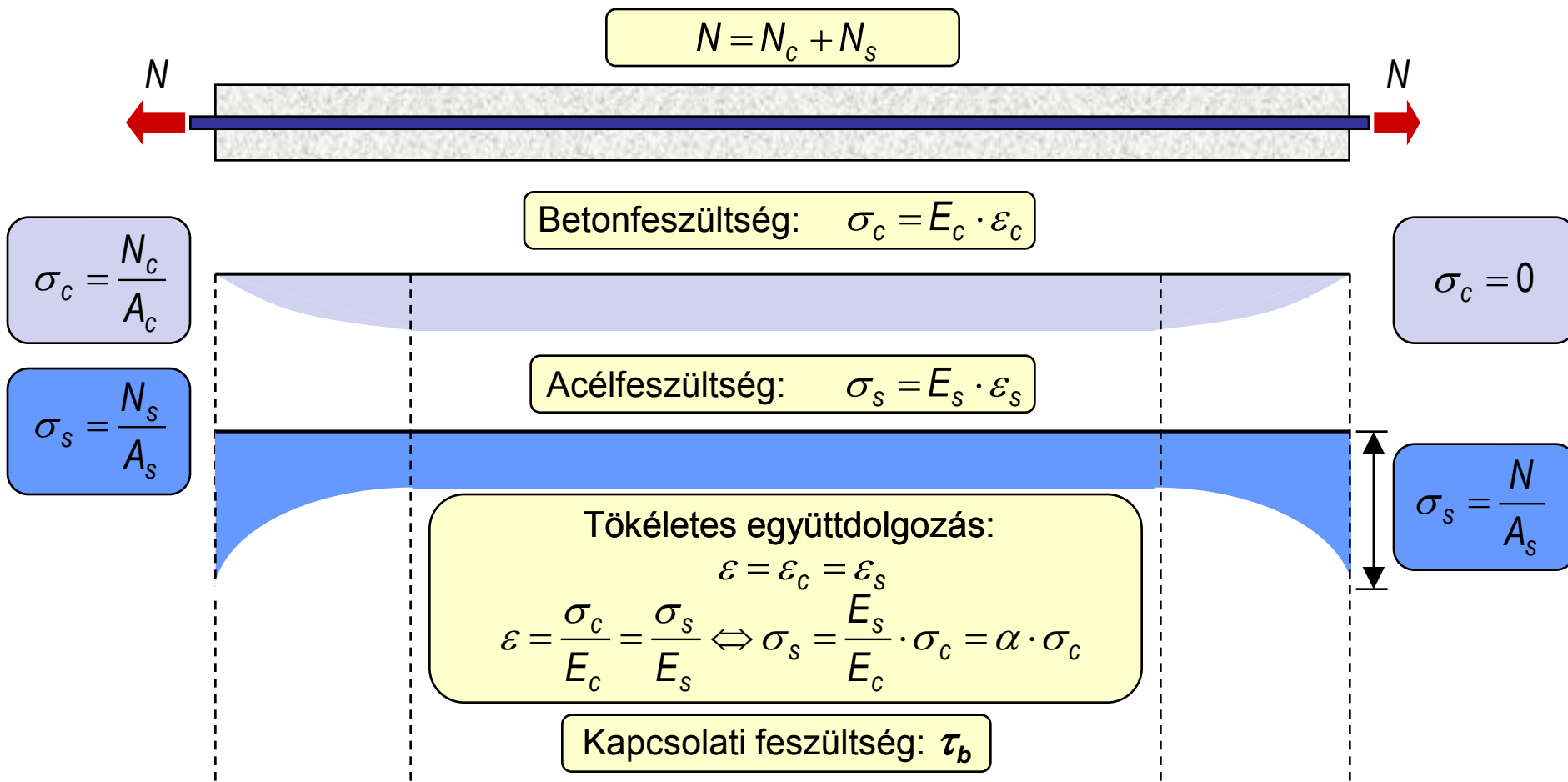
# Behaviour of embedded reinforcing bar in tension

## Bebetonozott acélbetét viselkedése központos húzásban



# Behaviour of embedded reinforcing bar in tension

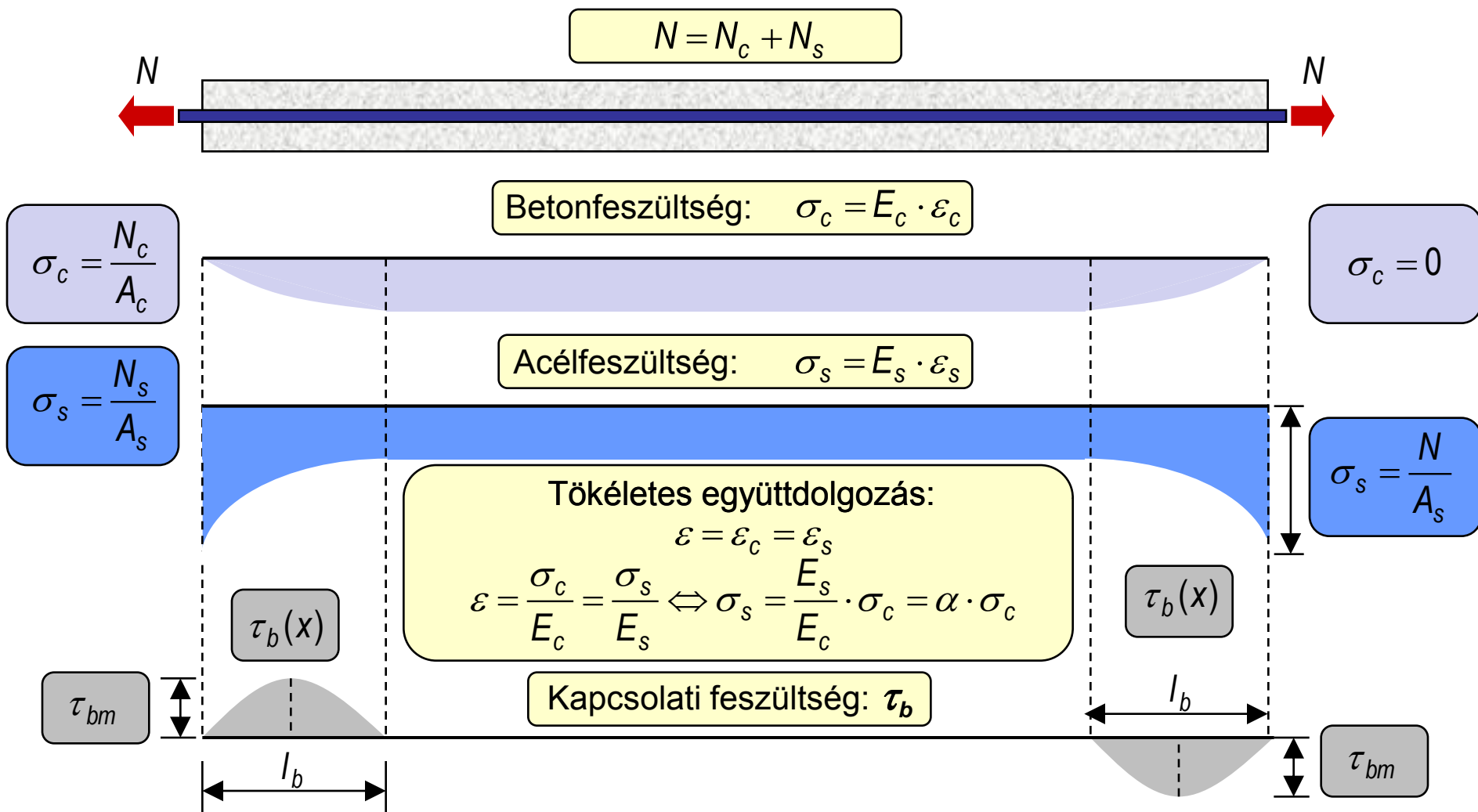
## Bebetonozott acélbetét viselkedése központos húzásban





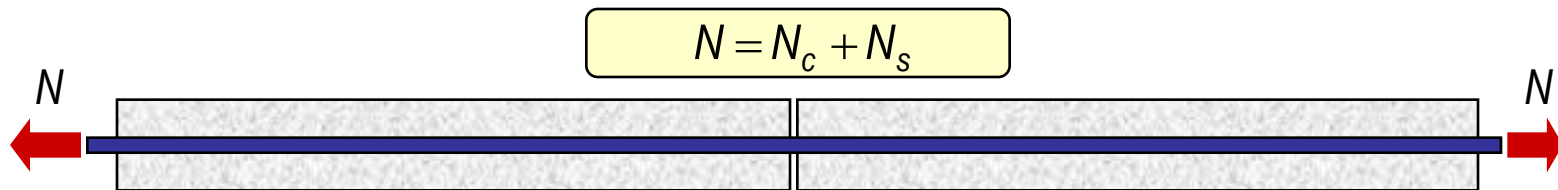
# Behaviour of embedded reinforcing bar in tension

## Bebetonozott acélbetét viselkedése központos húzásban



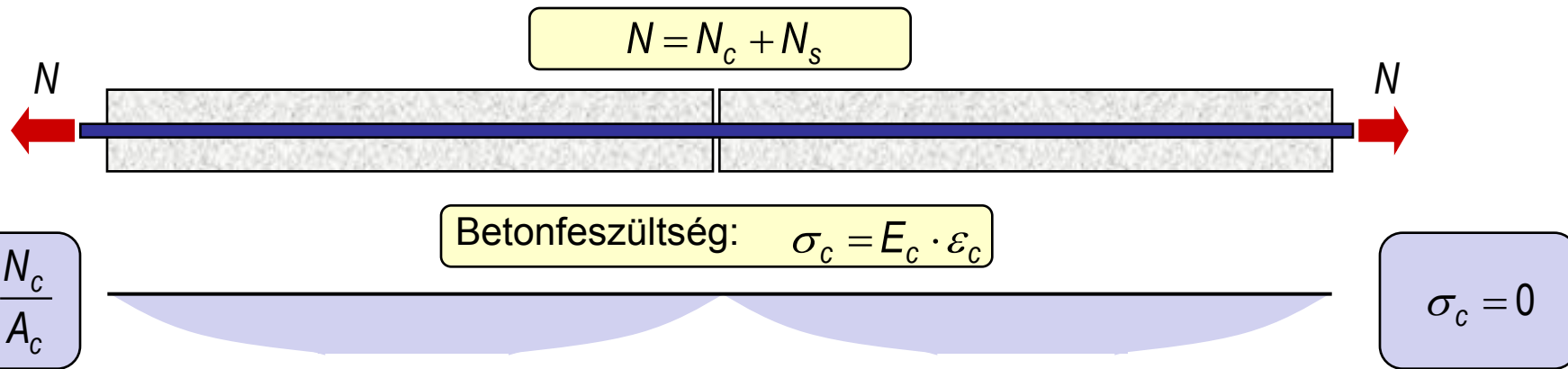
# Behaviour of embedded reinforcing bar in tension

## Bebetonozott acélbetét viselkedése központos húzásban



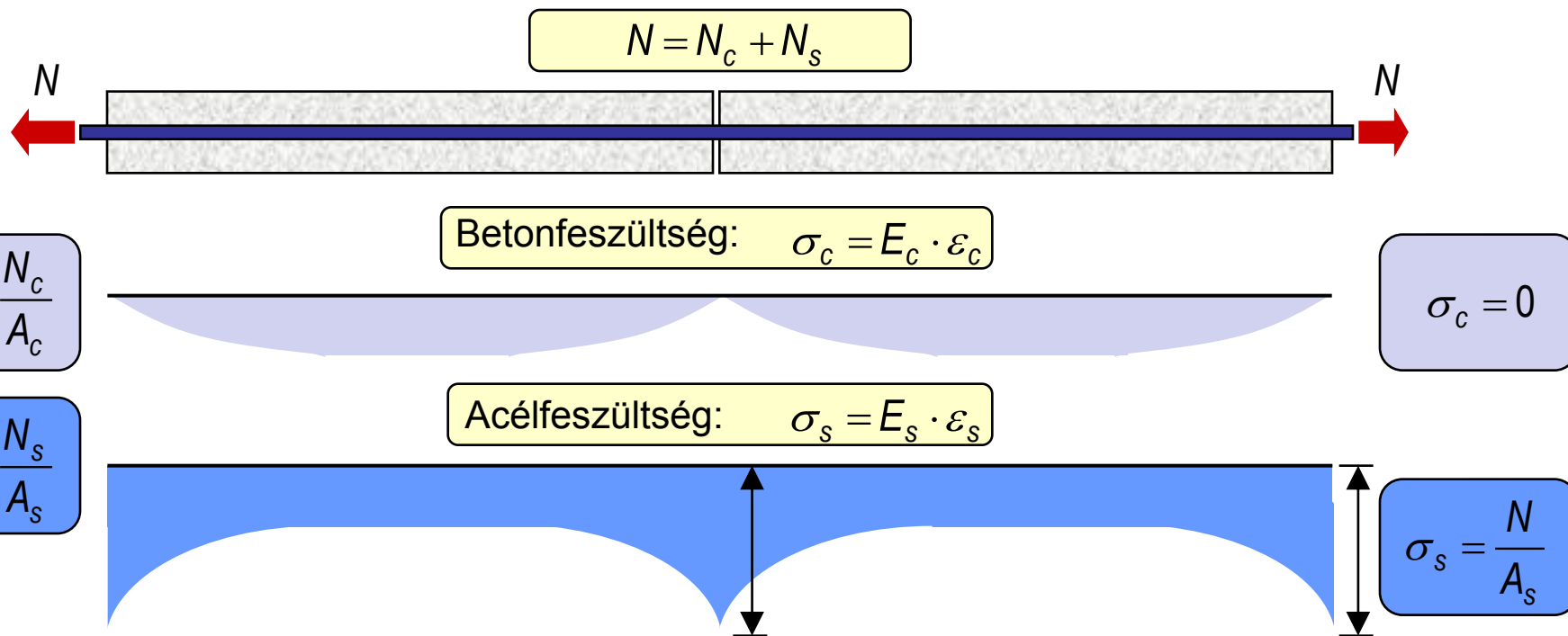
# Behaviour of embedded reinforcing bar in tension

## Bebetonozott acélbetét viselkedése központos húzásban



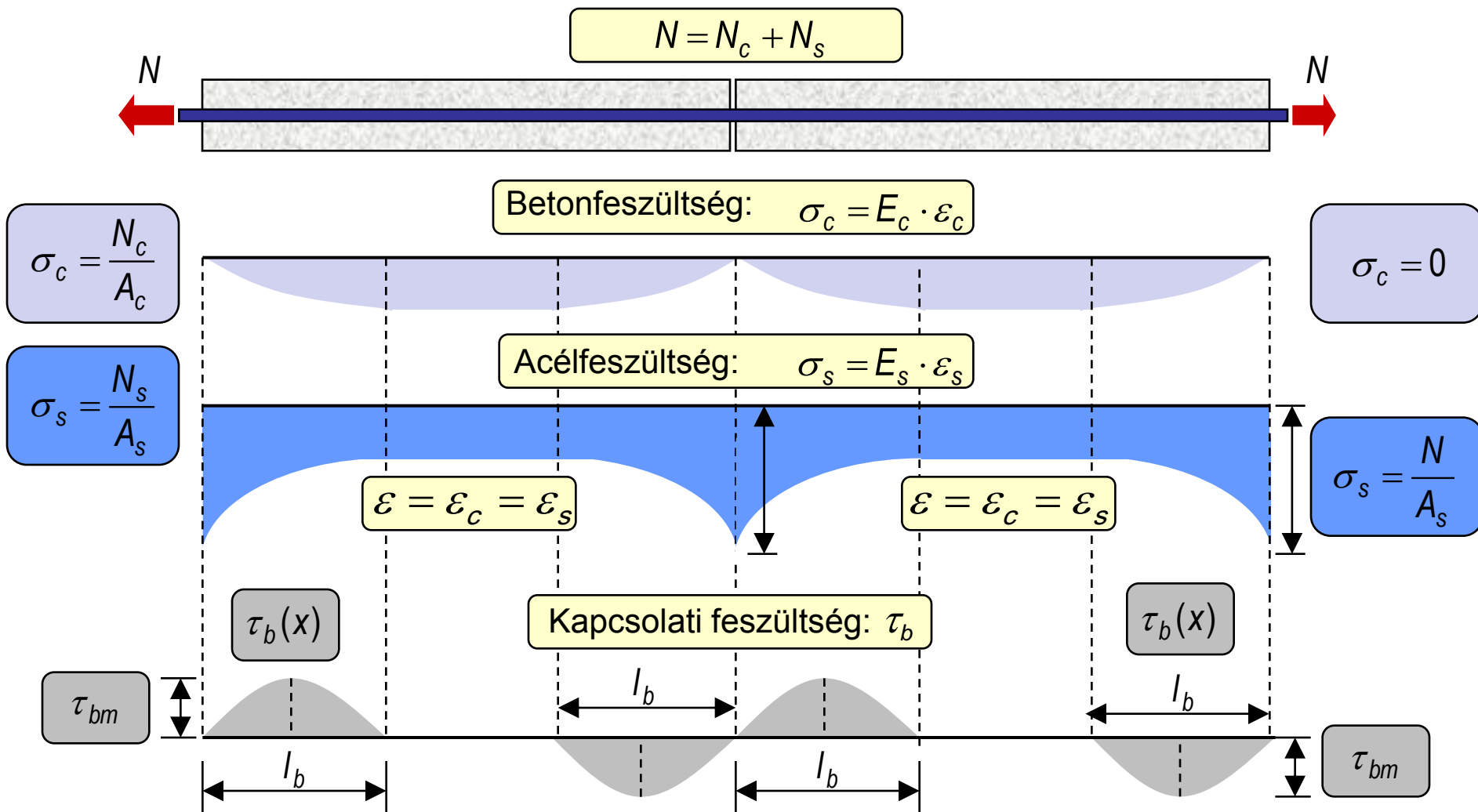
# Behaviour of embedded reinforcing bar in tension

## Bebetonozott acélbetét viselkedése központos húzásban



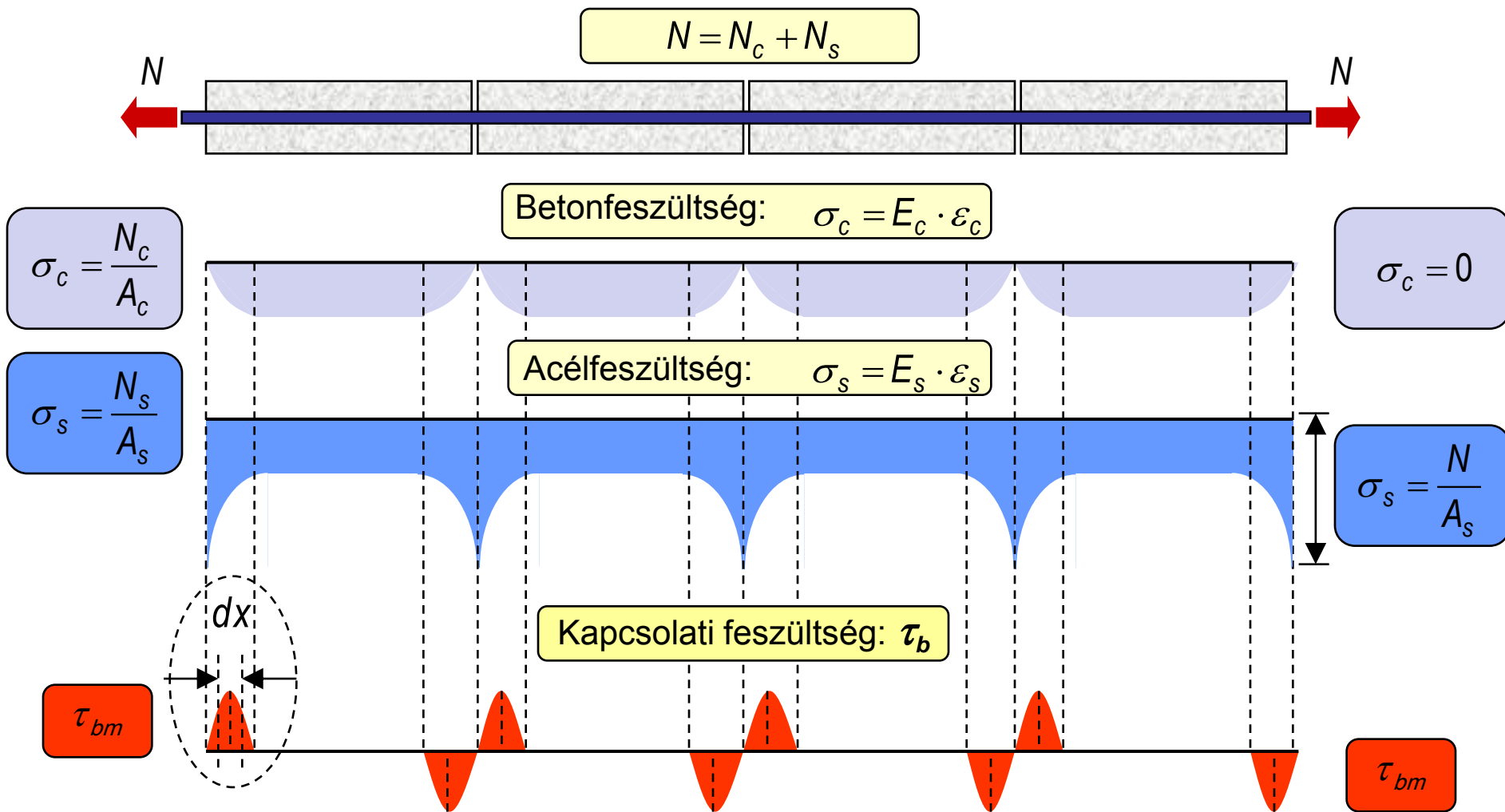
# Behaviour of embedded reinforcing bar in tension

## Bebetonozott acélbetét viselkedése központos hűzásban



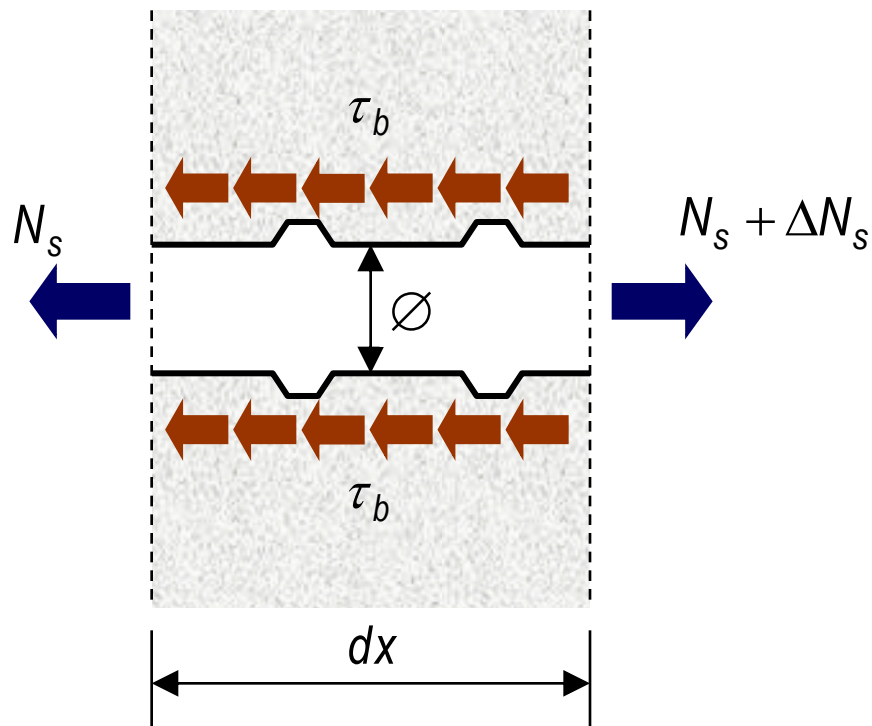
# Behaviour of embedded reinforcing bar in tension

## Bebetonozott acélbetét viselkedése központos húzásban



# Bond between concrete and steel bar – load transfer

## Beton és betonacél közötti tapadás - erőátadódás

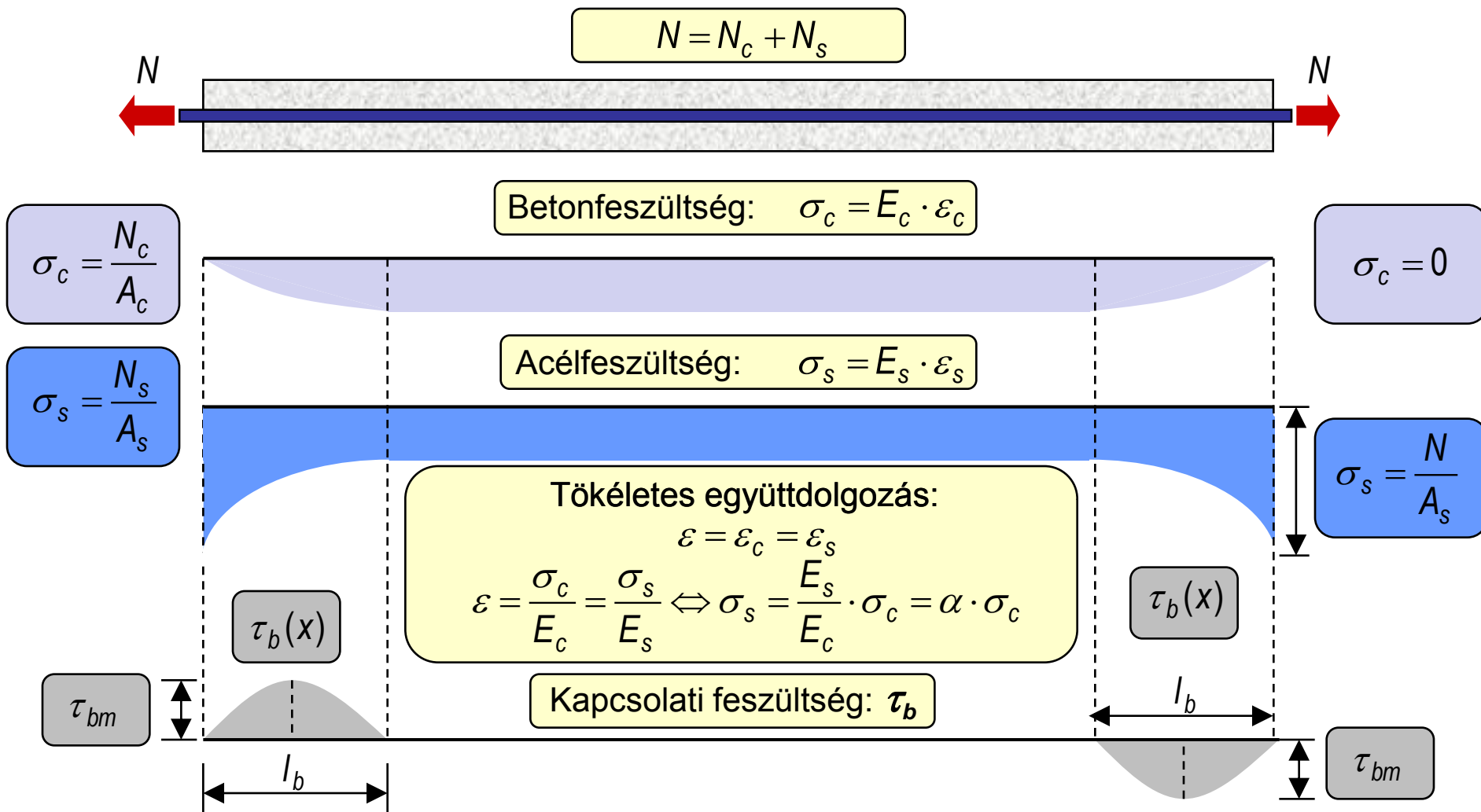


$$dN_s = \tau_b \cdot \varnothing \cdot \pi \cdot dx$$

$$N_c = \int_0^{\ell_b} \tau_b \cdot \varnothing \cdot \pi \cdot dx = \tau_{bm} \cdot \varnothing \cdot \pi \cdot \ell_b$$

# Uncracked state – I. state of stress

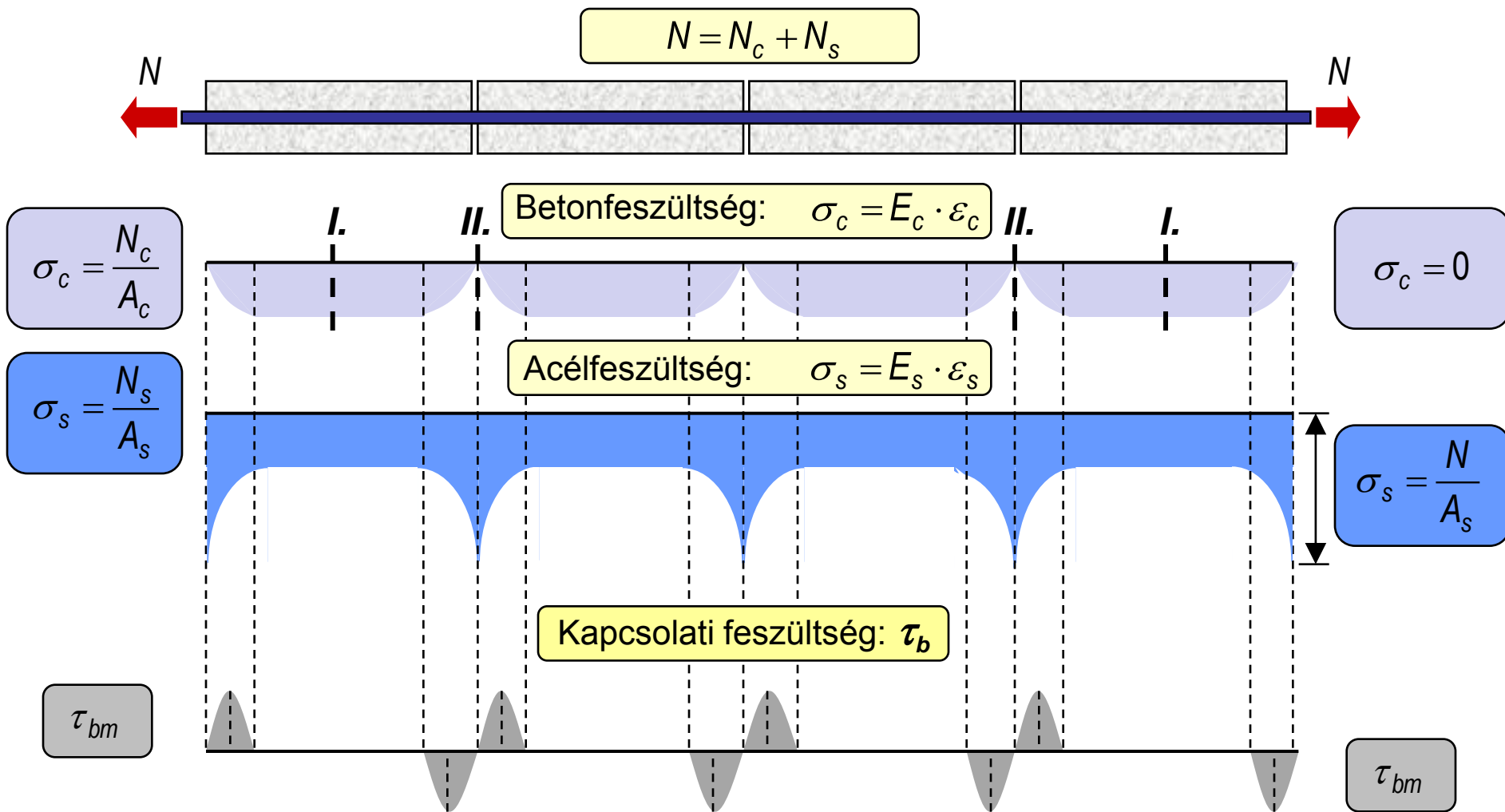
## Repedésmentes állapot – I. feszültségi állapot





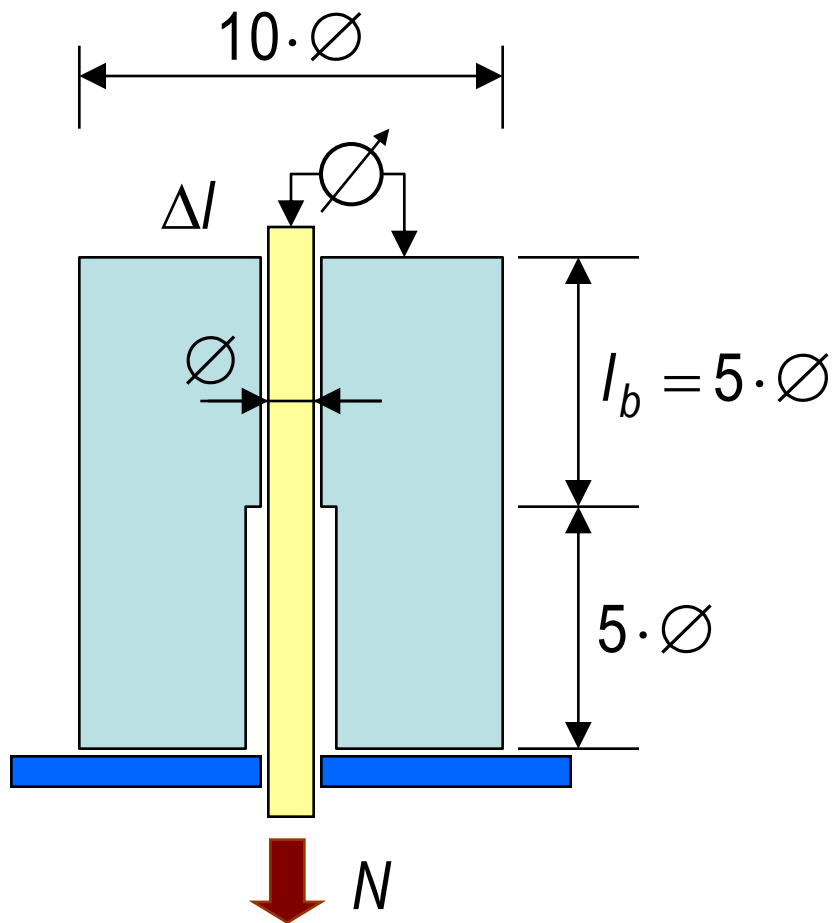
# Cracked state – II. state of stress

## Berepedt állapot - II. feszültségi állapot



# Pull-Out Test – Bond strength

## Kihúzó kísérlet - Tapadószilárdság



### RILEM / CEB/FIP RC6

$$\tau_b = \frac{N}{l_b \cdot \varnothing \cdot \pi}$$

$\tau_b$  [ $N/mm^2$ ] az átlagos tapadó feszültség

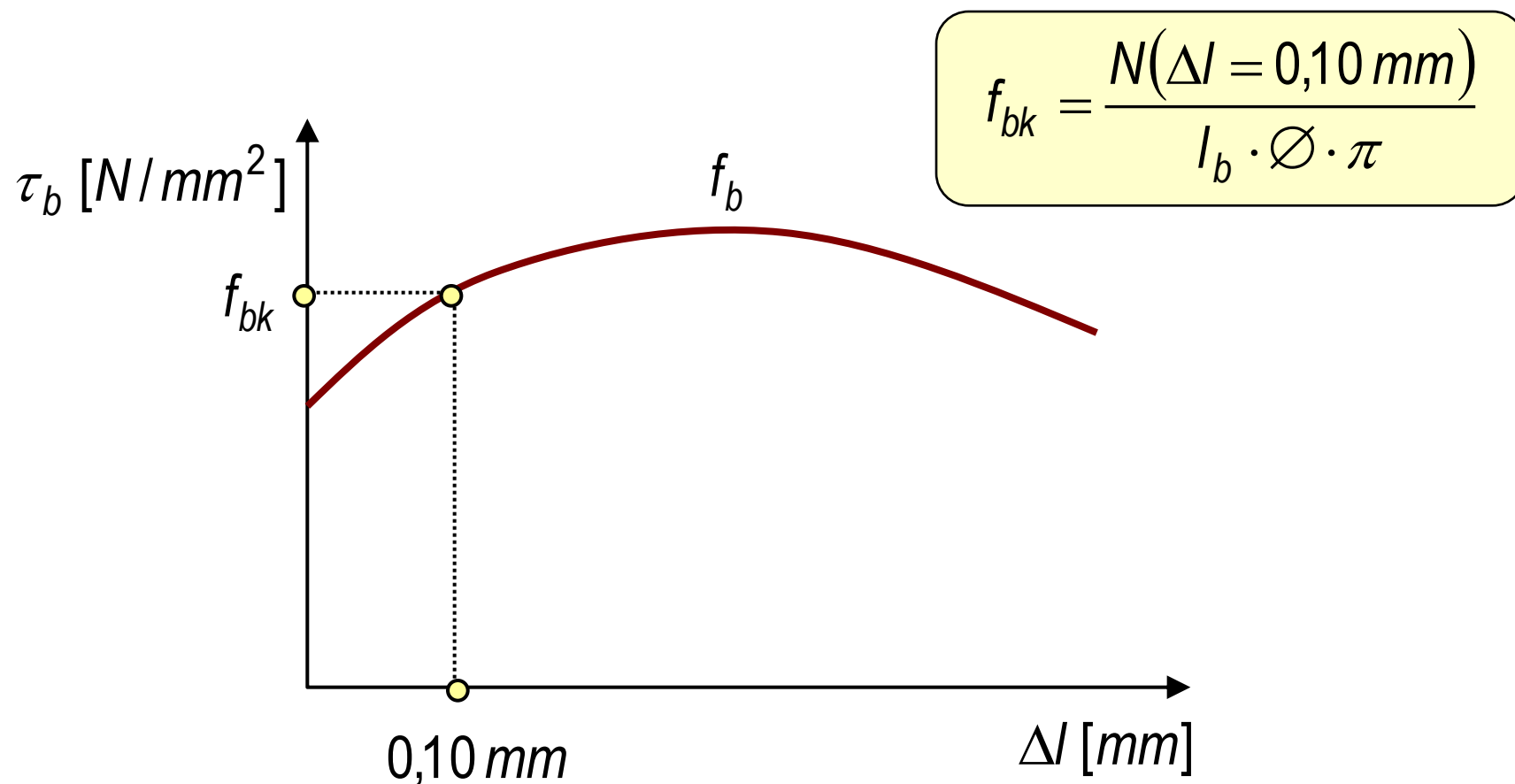
$l_b$  [ $mm$ ] a betonacél beágyazási hossza

$\varnothing$  [ $mm$ ] a betonacél átmérője

$N$  [ $kN$ ] kihúzóerő

# Pull-Out Test – Bond strength

## Kihúzó kísérlet - Tapadószilárdság



# Design value of the ultimate bond strength

## A tapadószilárdság tervezési értéke

$$f_{bd} = 2,25 \cdot \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot f_{ctd}$$

$f_{ctd}$  [MPa] a húzószilárdság tervezési értéke. A ridegségre való tekintettel **C60/75** szilárdsági osztálytól a húzószilárdság karakterisztikus értékének 5%-os küszöbértékével ( $f_{ctk,0,05}$ ) kell számolni.

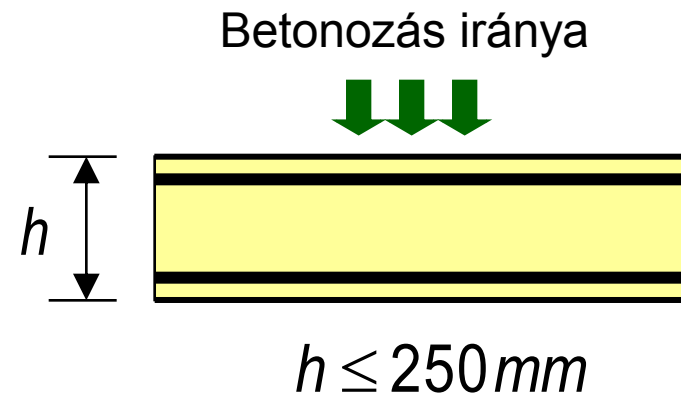
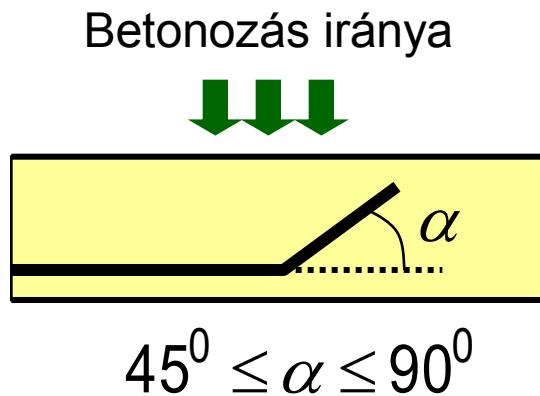
$\eta_1$  a beton tapadásának minőségét valamint a bedolgozás során az acélbetétek pozíciójának megbízhatóságát figyelembe vevő tényező.

$\eta_2$  a betonacél átmérőjétől függő tényező

# Design value of the ultimate bond strength

## A tapadószilárdság tervezési értéke

$\eta_1 = 1,0$  Minden betonacélra kedvező tapadási feltételek



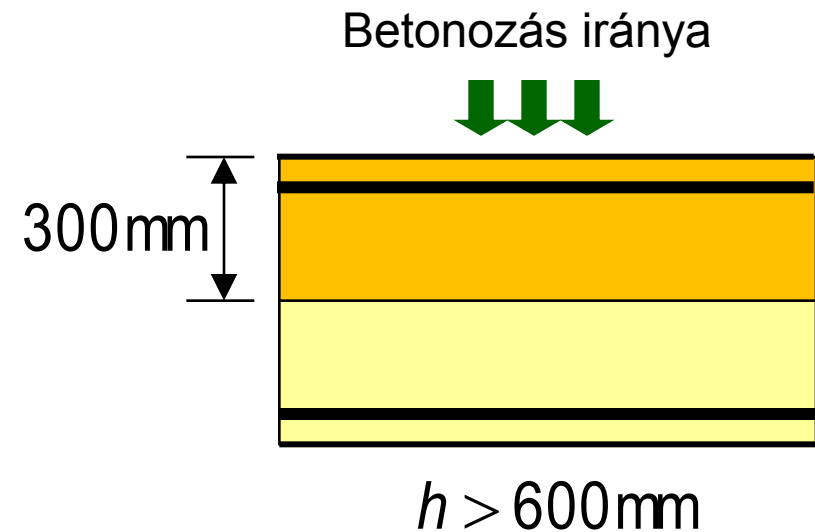
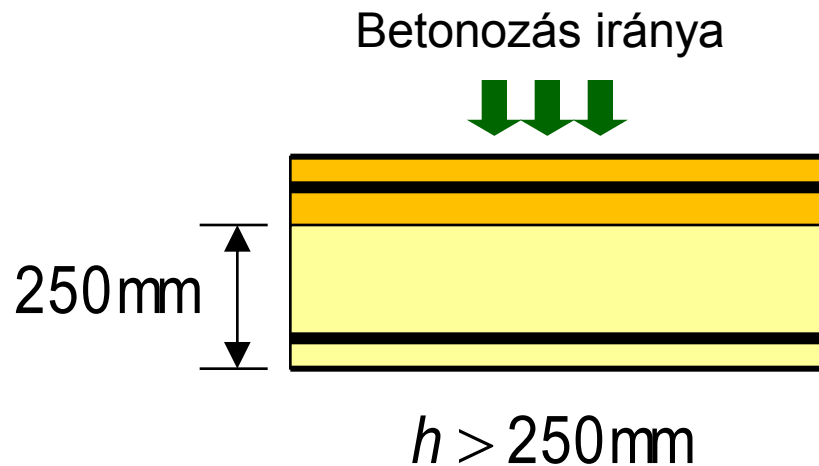
# Design value of the ultimate bond strength

## A tapadószilárdság tervezési értéke

$\eta_1 = 1,0$  Kedvező tapadási feltételek:



$\eta_1 = 0,7$  Kedvezőtlen tapadási feltételek:



# Design value of the ultimate bond strength

## A tapadószilárdság tervezési értéke

$$\eta_2 = 1,0 \quad \text{ha } \varnothing \leq 32 \text{ mm}$$

$$\eta_2 = \frac{132 - \varnothing}{100} \quad \text{ha } \varnothing > 32 \text{ mm}$$

<b>Ø40 mm</b>	<b>Ø45 mm</b>	<b>Ø50 mm</b>	<b>Ø55 mm</b>	<b>Ø60 mm</b>
<b>0,92</b>	<b>0,87</b>	<b>0,82</b>	<b>0,77</b>	<b>0,72</b>

# Design value of the ultimate bond strength

## A tapadószilárdság tervezési értéke

$$f_{bd} = 2,25 \cdot \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot f_{ctd}$$

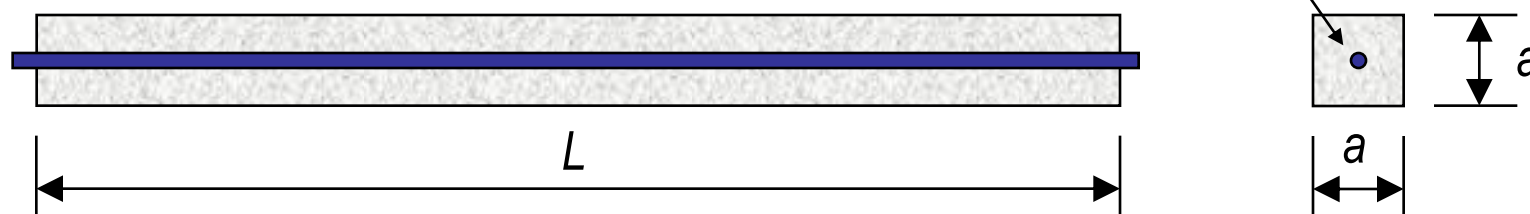
	C12/15	C16/20	C20/25	C25/30	C30/37	C35/45	C40/50	C45/55	C50/60
$f_{ctd} (\gamma_C = 1,50)$	0,73	0,86	1,00	1,20	1,33	1,46	1,66	1,80	1,93
$\eta_1 \times \eta_2 = 1,00$	1,64	1,94	2,25	2,70	3,00	3,29	3,74	4,05	4,34
$\eta_1 \times \eta_2 = 0,70$	1,15	1,36	1,58	1,89	2,10	2,30	2,62	2,84	3,04
$f_{ctd} (\gamma_C = 1,20)$	0,91	1,08	1,25	1,50	1,66	1,83	2,08	2,25	2,41
$\eta_1 \times \eta_2 = 1,00$	2,05	2,43	2,81	3,38	3,74	4,12	4,68	5,06	5,42
$\eta_1 \times \eta_2 = 0,70$	1,43	1,70	1,97	2,36	2,61	2,88	3,28	3,54	3,80



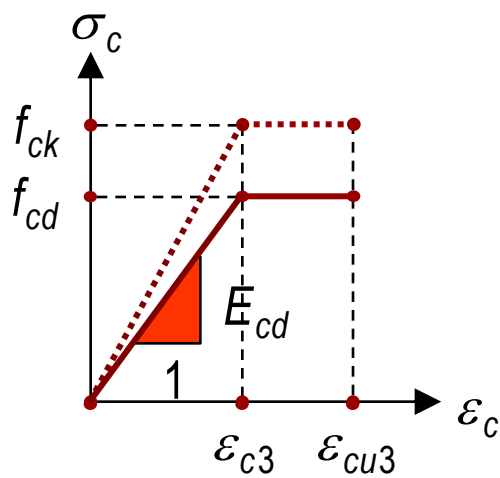
# Tension force – tension strain ( $N - \varepsilon$ ) relationship

## Húzóerő – megnyúlás ( $N - \varepsilon$ ) diagramm

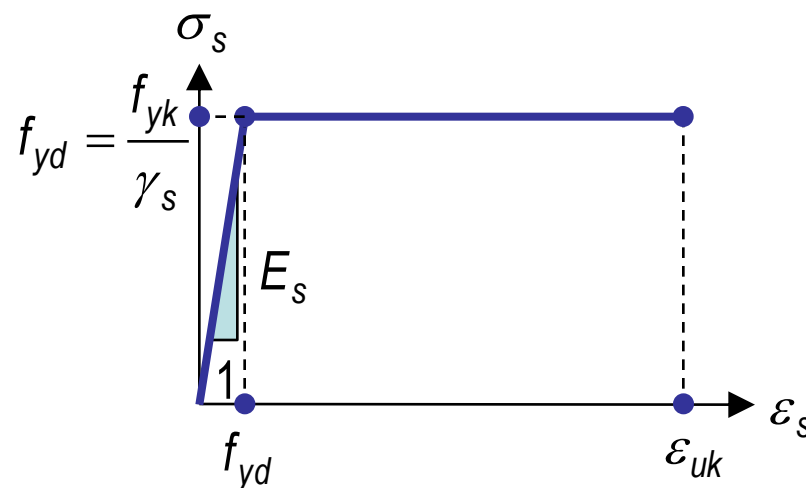
Geometria:



Anyagjellemzők:



Beton



Betonacél

# Tension force – tension strain ( $N - \varepsilon$ ) relationship

## Húzóerő – megnyúlás ( $N - \varepsilon$ ) diagramm

Tökéletes együttműködés, repedésmentes állapot, I. feszültségi állapot

$$N = N_c + N_s$$

# Tension force – tension strain ( $N - \varepsilon$ ) relationship

## Húzóerő – megnyúlás ( $N - \varepsilon$ ) diagramm

Tökéletes együttműködés, repedésmentes állapot, I. feszültségi állapot

$$N = N_c + N_s$$

$$\sigma_c = E_{cd} \cdot \varepsilon_c \quad \sigma_s = E_s \cdot \varepsilon_s$$

# Tension force – tension strain ( $N - \varepsilon$ ) relationship

## Húzóerő – megnyúlás ( $N - \varepsilon$ ) diagramm

Tökéletes együttműködés, repedésmentes állapot, I. feszültségi állapot

$$N = N_c + N_s$$

$$\sigma_c = E_{cd} \cdot \varepsilon_c \quad \sigma_s = E_s \cdot \varepsilon_s$$

$$\varepsilon = \varepsilon_c = \varepsilon_s$$

# Tension force – tension strain ( $N - \varepsilon$ ) relationship

## Húzóerő – megnyúlás ( $N - \varepsilon$ ) diagramm

Tökéletes együttműködés, repedésmentes állapot, I. feszültségi állapot

$$N = N_c + N_s$$

$$\sigma_c = E_{cd} \cdot \varepsilon_c \quad \sigma_s = E_s \cdot \varepsilon_s$$

$$\varepsilon = \varepsilon_c = \varepsilon_s$$

$$\varepsilon = \frac{\sigma_c}{E_{cd}} = \frac{\sigma_s}{E_s} \Leftrightarrow \sigma_s = \frac{E_s}{E_{cd}} \cdot \sigma_c = \alpha \cdot \sigma_c$$

# Tension force – tension strain ( $N - \varepsilon$ ) relationship

## Húzóerő – megnyúlás ( $N - \varepsilon$ ) diagramm

Tökéletes együttműködés, repedésmentes állapot, I. feszültségi állapot

$$N = N_c + N_s$$

$$\sigma_c = E_{cd} \cdot \varepsilon_c \quad \sigma_s = E_s \cdot \varepsilon_s$$

$$\varepsilon = \varepsilon_c = \varepsilon_s$$

$$\varepsilon = \frac{\sigma_c}{E_{cd}} = \frac{\sigma_s}{E_s} \Leftrightarrow \sigma_s = \frac{E_s}{E_{cd}} \cdot \sigma_c = \alpha \cdot \sigma_c$$

$$N = N_c + N_s = E_{cd} \cdot \varepsilon_c \cdot A_c + E_s \cdot \varepsilon_s \cdot A_s$$

# Tension force – tension strain ( $N - \varepsilon$ ) relationship

## Húzóerő – megnyúlás ( $N - \varepsilon$ ) diagramm

Tökéletes együttműködés, repedésmentes állapot, I. feszültségi állapot

$$N = N_c + N_s$$

$$\sigma_c = E_{cd} \cdot \varepsilon_c \quad \sigma_s = E_s \cdot \varepsilon_s$$

$$\varepsilon = \varepsilon_c = \varepsilon_s$$

$$\varepsilon = \frac{\sigma_c}{E_{cd}} = \frac{\sigma_s}{E_s} \Leftrightarrow \sigma_s = \frac{E_s}{E_{cd}} \cdot \sigma_c = \alpha \cdot \sigma_c$$

$$N = N_c + N_s = E_{cd} \cdot \varepsilon_c \cdot A_c + E_s \cdot \varepsilon_s \cdot A_s$$

$$\varepsilon = \varepsilon_c = \varepsilon_s$$

# Tension force – tension strain ( $N - \varepsilon$ ) relationship

## Húzóerő – megnyúlás ( $N - \varepsilon$ ) diagramm

Tökéletes együttműködés, repedésmentes állapot, I. feszültségi állapot

$$N = N_c + N_s$$

$$\sigma_c = E_{cd} \cdot \varepsilon_c \quad \sigma_s = E_s \cdot \varepsilon_s$$

$$\varepsilon = \varepsilon_c = \varepsilon_s$$

$$\varepsilon = \frac{\sigma_c}{E_{cd}} = \frac{\sigma_s}{E_s} \Leftrightarrow \sigma_s = \frac{E_s}{E_{cd}} \cdot \sigma_c = \alpha \cdot \sigma_c$$

$$N = N_c + N_s = E_{cd} \cdot \varepsilon_c \cdot A_c + E_s \cdot \varepsilon_s \cdot A_s$$

$$\varepsilon = \varepsilon_c = \varepsilon_s$$

$$N = \varepsilon \cdot (E_{cd} \cdot A_c + E_s \cdot A_s) = \varepsilon \cdot (E_{cd} \cdot A_c + \alpha \cdot E_{cd} \cdot A_s)$$



# Tension force – tension strain ( $N - \varepsilon$ ) relationship

## Húzóerő – megnyúlás ( $N - \varepsilon$ ) diagramm

Tökéletes együttműködés, repedésmentes állapot, I. feszültségi állapot

$$N = N_c + N_s$$

$$\sigma_c = E_{cd} \cdot \varepsilon_c \quad \sigma_s = E_s \cdot \varepsilon_s$$

$$\varepsilon = \varepsilon_c = \varepsilon_s$$

$$\varepsilon = \frac{\sigma_c}{E_{cd}} = \frac{\sigma_s}{E_s} \Leftrightarrow \sigma_s = \frac{E_s}{E_{cd}} \cdot \sigma_c = \alpha \cdot \sigma_c$$

$$N = N_c + N_s = E_{cd} \cdot \varepsilon_c \cdot A_c + E_s \cdot \varepsilon_s \cdot A_s$$

$$\varepsilon = \varepsilon_c = \varepsilon_s$$

$$N = \varepsilon \cdot (E_{cd} \cdot A_c + E_s \cdot A_s) = \varepsilon \cdot (E_{cd} \cdot A_c + \alpha \cdot E_{cd} \cdot A_s)$$

$$N = \varepsilon \cdot (E_{cd} \cdot A_c + \alpha \cdot E_{cd} \cdot A_s) = \varepsilon \cdot E_{cd} \cdot (A_{brutto} - A_s + \alpha \cdot A_s) = \varepsilon \cdot E_{cd} [A_{bruttó} + (\alpha - 1) \cdot A_s]$$

# Tension force – tension strain ( $N - \varepsilon$ ) relationship

## Húzóerő – megnyúlás ( $N - \varepsilon$ ) diagramm

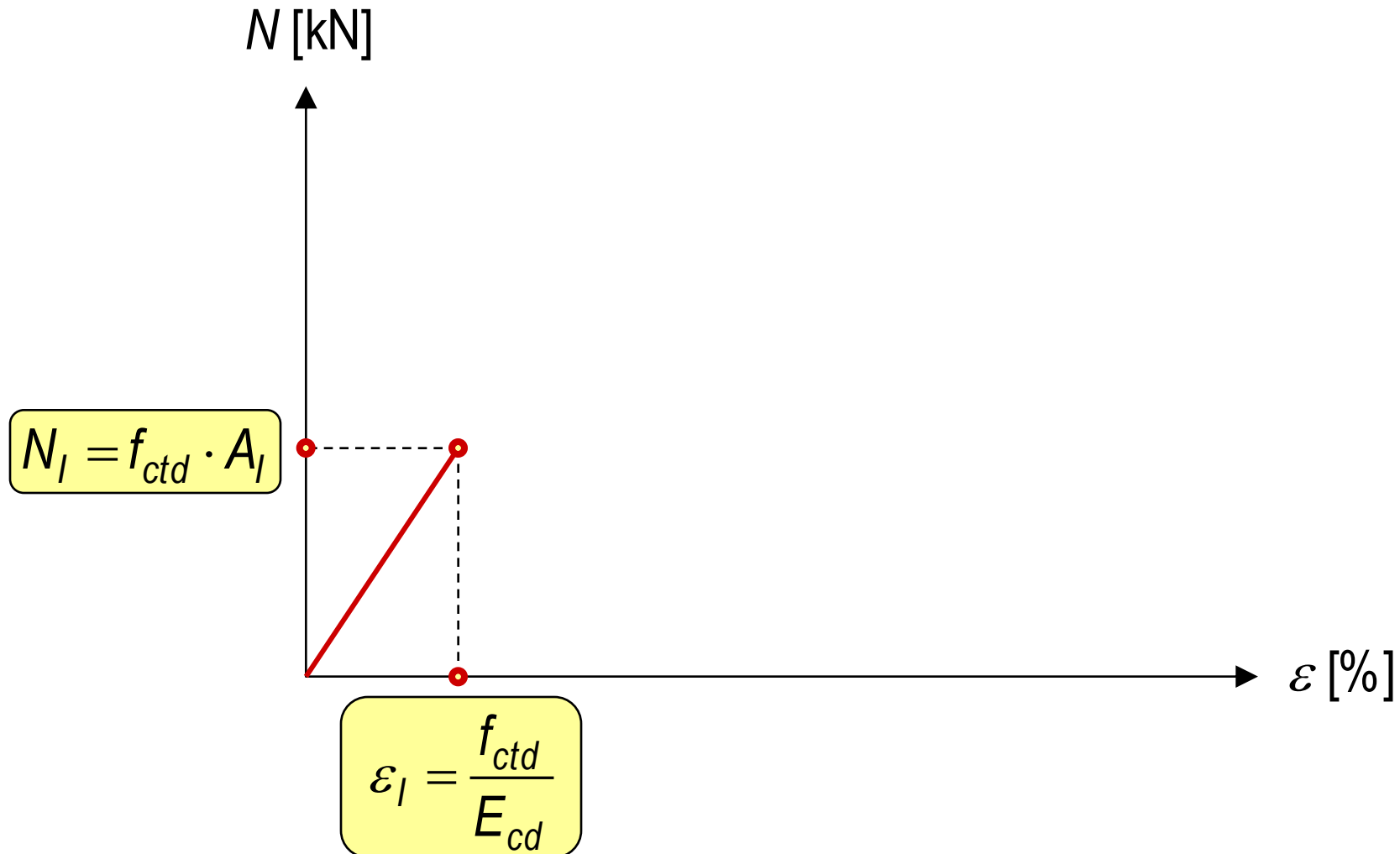
**1. PONT:** Erőfelvétel közvetlenül a repedés kialakulása előtt

$$N = \varepsilon \cdot (E_{cd} \cdot A_c + \alpha \cdot E_s \cdot A_s) = \varepsilon \cdot E_{cd} \cdot [A_{bruttó} + (\alpha - 1) \cdot A_s] = \sigma_c \cdot [A_{bruttó} + (\alpha - 1) \cdot A_s]$$

$$\sigma_c = \frac{N}{A_j} \qquad \sigma_s = \alpha \cdot \sigma_c \qquad \varepsilon_l = \frac{f_{ctd}}{E_{cd}} \qquad N_l = f_{ctd} \cdot A_l$$

# Tension force – tension strain ( $N - \varepsilon$ ) relationship

## Húzóerő – megnyúlás ( $N - \varepsilon$ ) diagramm



# Tension force – tension strain ( $N - \varepsilon$ ) relationship

## Húzóerő – megnyúlás ( $N - \varepsilon$ ) diagramm

**1. PONT:** Erőfelvétel közvetlenül a repedés kialakulása előtt

$$N = \varepsilon \cdot (E_{cd} \cdot A_c + \alpha \cdot E_s \cdot A_s) = \varepsilon \cdot E_{cd} \cdot [A_{bruttó} + (\alpha - 1) \cdot A_s] = \sigma_c \cdot [A_{bruttó} + (\alpha - 1) \cdot A_s]$$

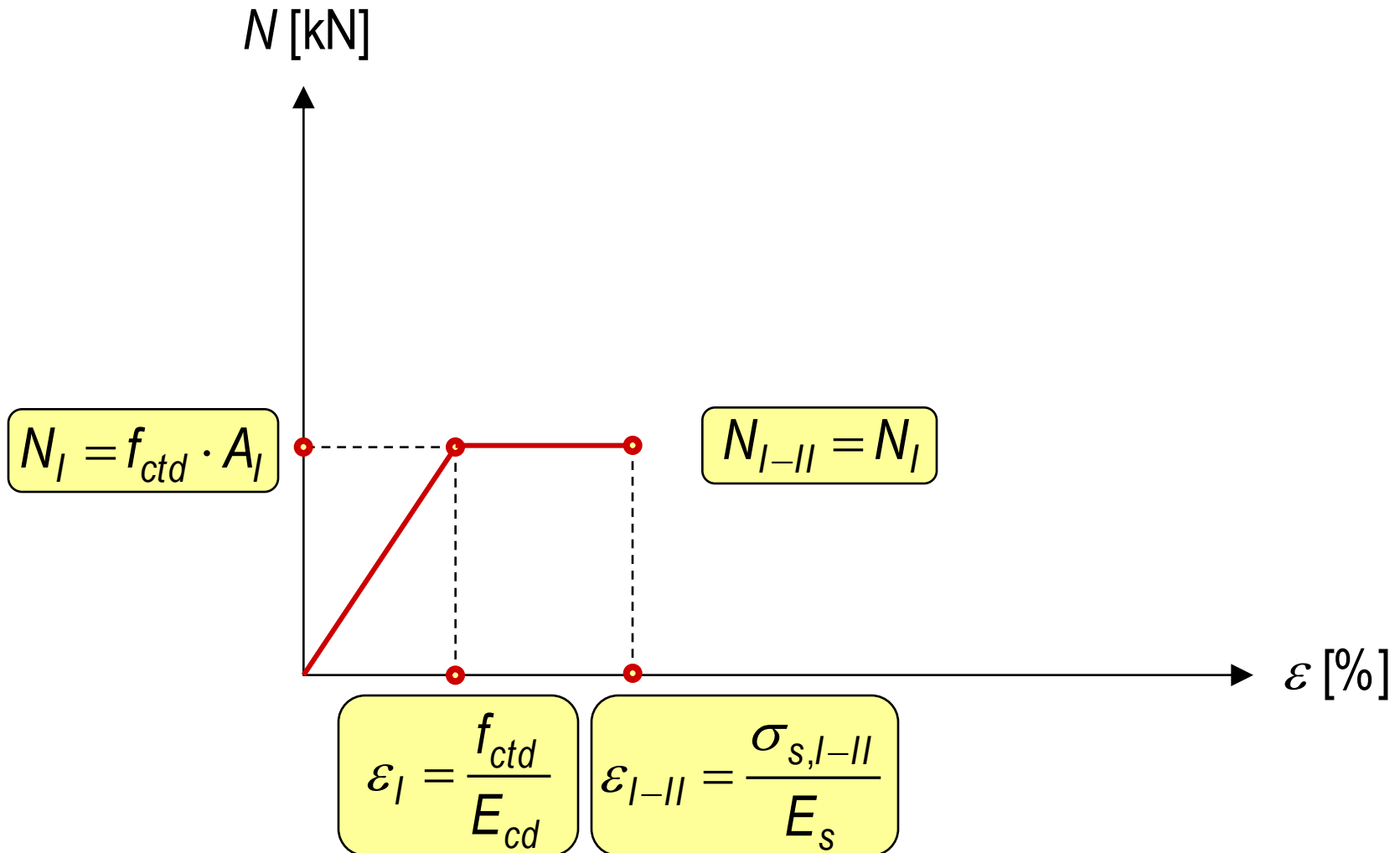
$$\sigma_c = \frac{N}{A_j} \qquad \sigma_s = \alpha \cdot \sigma_c \qquad \varepsilon_l = \frac{f_{ctd}}{E_{cd}} \qquad N_l = f_{ctd} \cdot A_l$$

**2. PONT:** Erőfelvétel közvetlenül a repedés kialakulását követően

$$N_{l-II} = N_l \qquad \sigma_{s,l-II} = \frac{N_{l-II}}{A_s} \qquad \varepsilon_{l-II} = \frac{\sigma_{s,l-II}}{E_s}$$

# Tension force – tension strain ( $N - \varepsilon$ ) relationship

## Húzóerő – megnyúlás ( $N - \varepsilon$ ) diagramm



# Tension force – tension strain ( $N - \varepsilon$ ) relationship

## Húzóerő – megnyúlás ( $N - \varepsilon$ ) diagramm

**1. PONT:** Erőfelvétel közvetlenül a repedés kialakulása előtt

$$N = \varepsilon \cdot (E_{cd} \cdot A_c + \alpha \cdot E_s \cdot A_s) = \varepsilon \cdot E_{cd} \cdot [A_{bruttó} + (\alpha - 1) \cdot A_s] = \sigma_c \cdot [A_{bruttó} + (\alpha - 1) \cdot A_s]$$

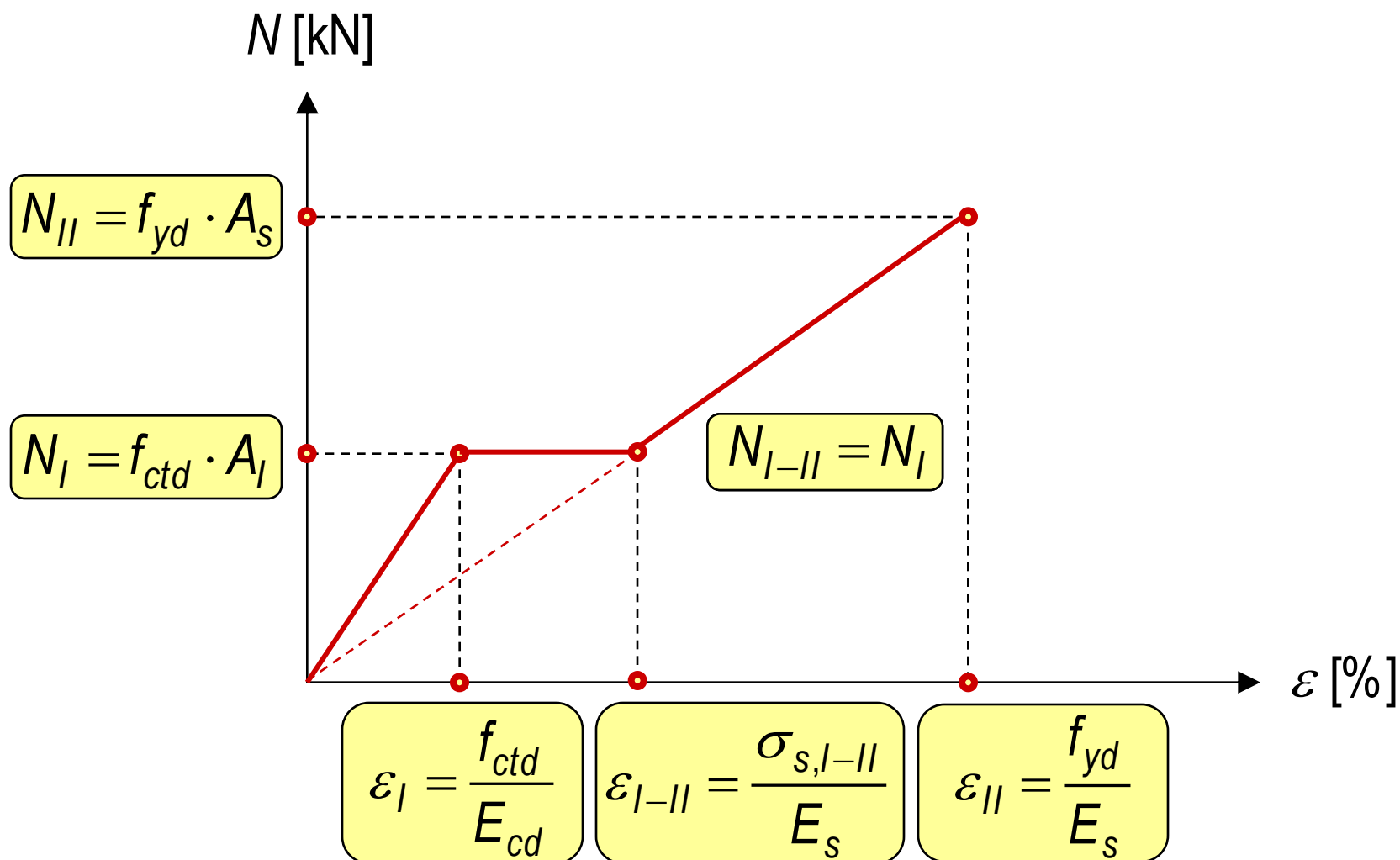
$$\sigma_c = \frac{N}{A_j} \quad \sigma_s = \alpha \cdot \sigma_c \quad \varepsilon_I = \frac{f_{ctd}}{E_{cd}} \quad N_I = f_{ctd} \cdot A_I$$

**2. PONT:** Erőfelvétel közvetlenül a repedés kialakulását követően

$$N_{I-II} = N_I \quad \sigma_{s,I-II} = \frac{N_{I-II}}{A_s} \quad \varepsilon_{I-II} = \frac{\sigma_{s,I-II}}{E_s}$$

**3. PONT:** Erőfelvétel az acélbetét megfolyásakor

$$N_{II} = f_{yd} \cdot A_s \quad \varepsilon_{II} = \frac{f_{yd}}{E_s}$$

Tension force – tension strain ( $N - \varepsilon$ ) relationshipHúzóerő – megnyúlás ( $N - \varepsilon$ ) diagramm

# Tension force – tension strain ( $N - \varepsilon$ ) relationship

## Húzóerő – megnyúlás ( $N - \varepsilon$ ) diagramm

**1. PONT:** Erőfelvétel közvetlenül a repedés kialakulása előtt

$$N = \varepsilon \cdot (E_{cd} \cdot A_c + \alpha \cdot E_s \cdot A_s) = \varepsilon \cdot E_{cd} \cdot [A_{bruttó} + (\alpha - 1) \cdot A_s] = \sigma_c \cdot [A_{bruttó} + (\alpha - 1) \cdot A_s]$$

$$\sigma_c = \frac{N}{A_i} \quad \sigma_s = \alpha \cdot \sigma_c \quad \varepsilon_I = \frac{f_{ctd}}{E_{cd}} \quad N_I = f_{ctd} \cdot A_I$$

**2. PONT:** Erőfelvétel közvetlenül a repedés kialakulását követően

$$N_{I-II} = N_I \quad \sigma_{s,I-II} = \frac{N_{I-II}}{A_s} \quad \varepsilon_{I-II} = \frac{\sigma_{s,I-II}}{E_s}$$

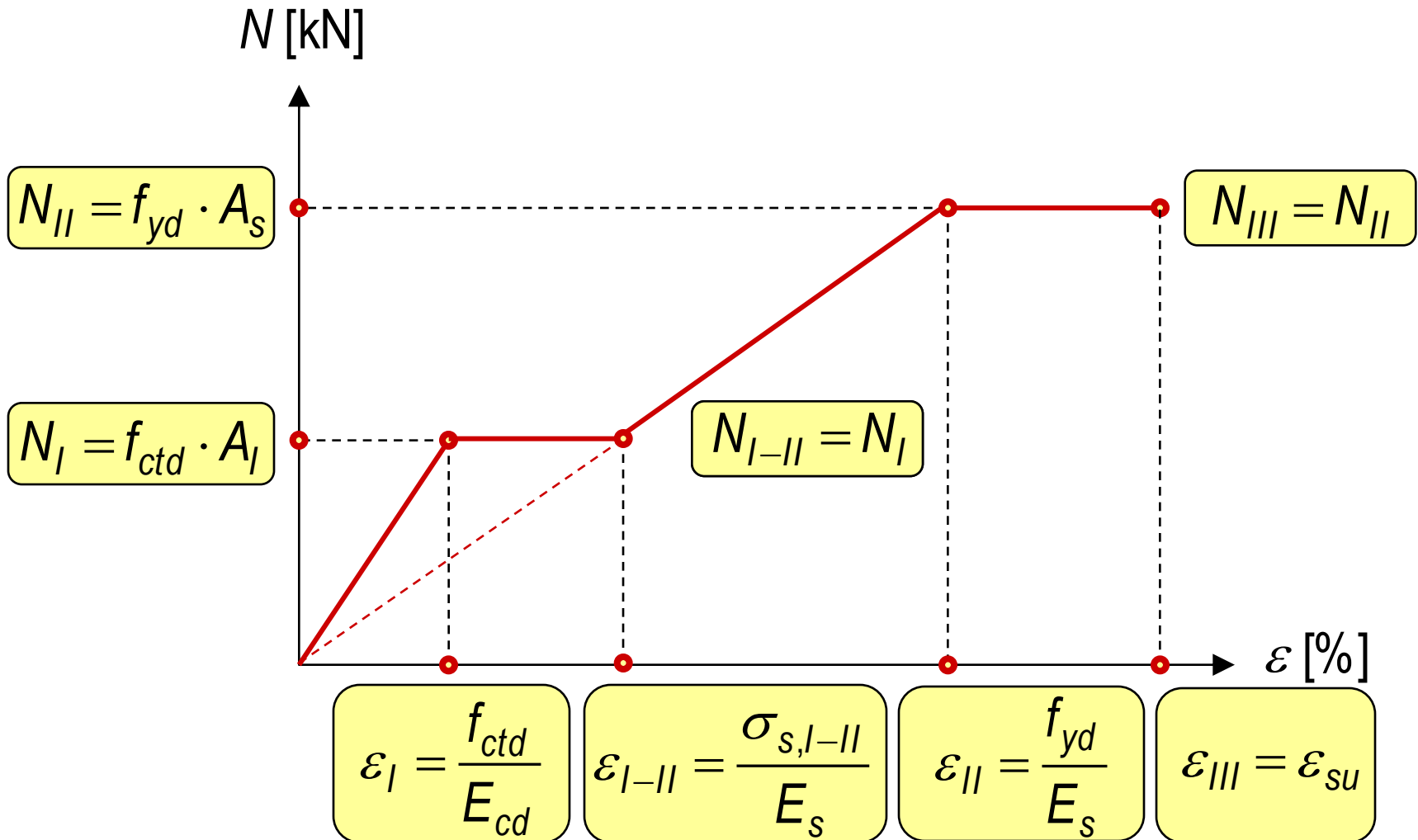
**3. PONT:** Erőfelvétel az acélbetét megfolyásakor

$$N_{II} = f_{yd} \cdot A_s \quad \varepsilon_{II} = \frac{f_{yd}}{E_s}$$

**4. PONT:** Erőfelvétel az acélbetét elszakadásakor

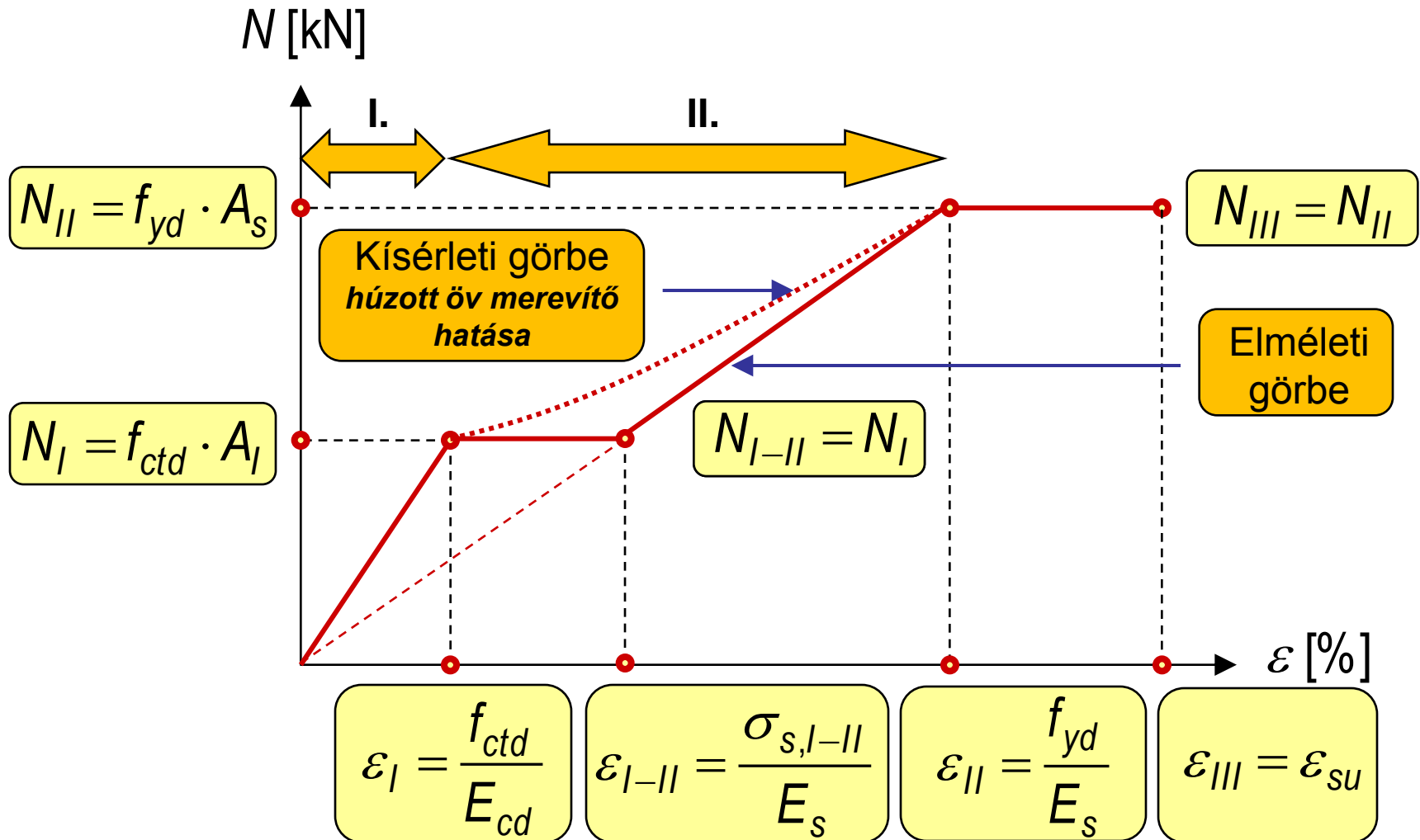
$$N_{III} = N_{II} \quad \varepsilon_{III} = \varepsilon_{su}$$



Tension force – tension strain ( $N - \varepsilon$ ) relationshipHúzóerő – megnyúlás ( $N - \varepsilon$ ) diagramm

# Tension force – tension strain ( $N - \varepsilon$ ) relationship

## Húzóerő – megnyúlás ( $N - \varepsilon$ ) diagramm



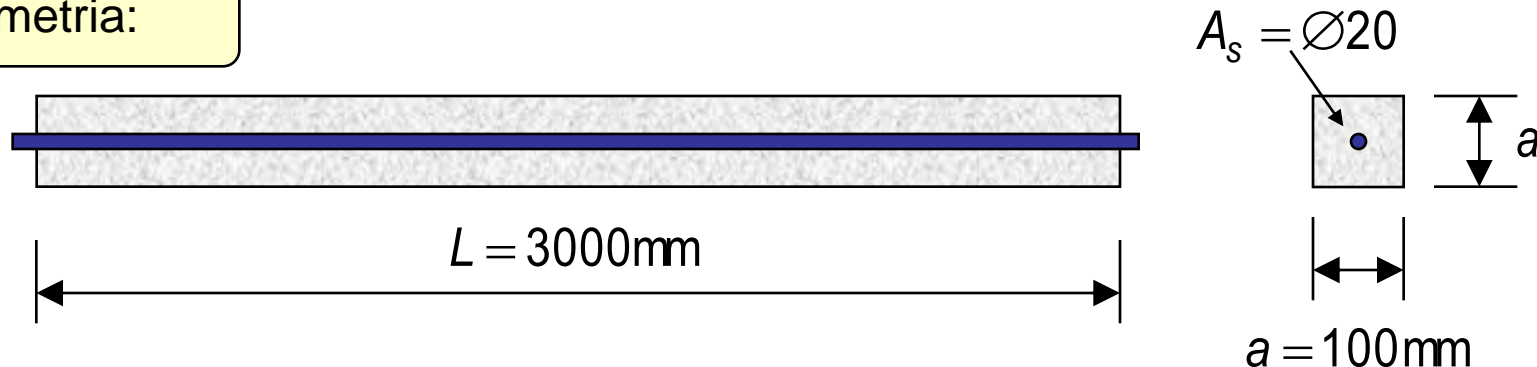
# Example 1: Load characteristic of a tensioned RC bar

## 1. Példa: Húzott vasbeton rúd teherbírás-görbéje

### Feladat-meghatározás:

Határozzuk meg annak a **C30/37** nyomószilárdsági osztályú betonból készült vasbeton rúd Erő – Fajlagos alakváltozás görbáját központos húzásban, mely **XC3** környezeti feltételek között épül, névleges legnagyobb szemnagysága  $D_{\max} = 24 \text{ mm}$ , konzisztenciája képlékeny és a konzisztencia megnevezése tájékoztató jelleggel „**Képlékeny**”!

### Geometria:



# Example 1: Load characteristic of a tensioned RC bar

## 1. Példa: Húzott vasbeton rúd teherbírás-görbéje

Beton:

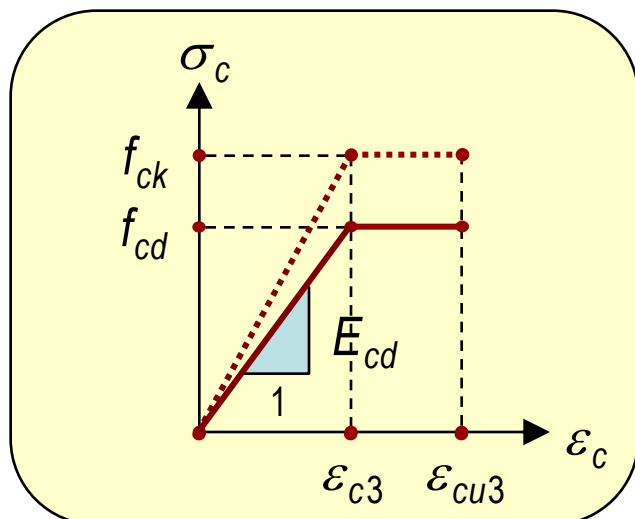
**C30/37 – XC3 – 24 – „Képlékeny” – MSZ 4798-1: 2004**

# Example 1: Load characteristic of a tensioned RC bar

## 1. Példa: Húzott vasbeton rúd teherbírás-görbéje

Beton:

**C30/37 – XC3 – 24 – „Képlékeny” – MSZ 4798-1: 2004**

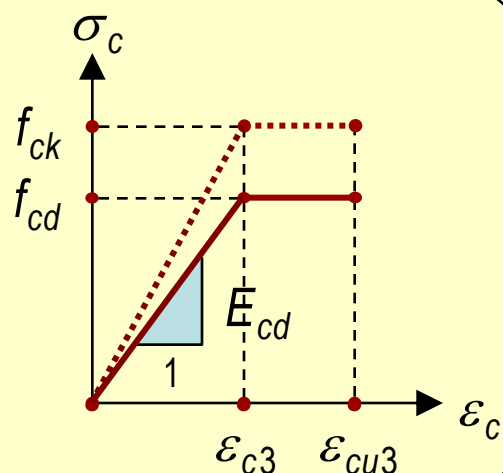


# Example 1: Load characteristic of a tensioned RC bar

## 1. Példa: Húzott vasbeton rúd teherbírás-görbéje

Beton:

**C30/37 – XC3 – 24 – „Képlékeny” – MSZ 4798-1: 2004**



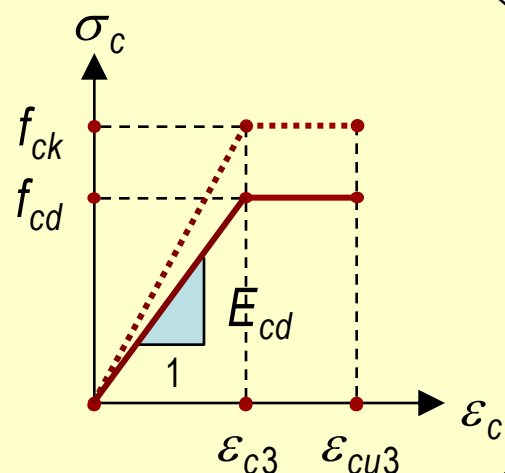
$$f_{ck} = 30 \text{ N/mm}^2$$

# Example 1: Load characteristic of a tensioned RC bar

## 1. Példa: Húzott vasbeton rúd teherbírás-görbéje

Beton:

**C30/37 – XC3 – 24 – „Képlékeny” – MSZ 4798-1: 2004**



$$f_{ck} = 30 \text{ N/mm}^2$$

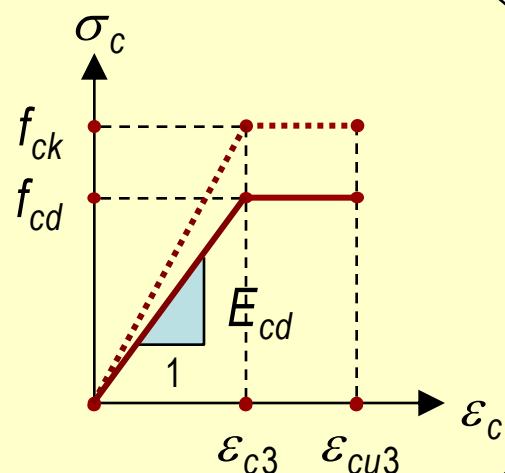
$$f_{cd} = \alpha_{cc} \cdot \frac{f_{ck}}{\gamma_c} = 1,0 \cdot \frac{30}{1,5} = 20 \text{ N/mm}^2$$

# Example 1: Load characteristic of a tensioned RC bar

## 1. Példa: Húzott vasbeton rúd teherbírás-görbéje

Beton:

**C30/37 – XC3 – 24 – „Képlékeny” – MSZ 4798-1: 2004**



$$f_{ck} = 30 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{cd} = \alpha_{cc} \cdot \frac{f_{ck}}{\gamma_c} = 1,0 \cdot \frac{30}{1,5} = 20 \text{ N/mm}^2$$

$$\epsilon_{c3} = 1,75 \text{ ‰}$$

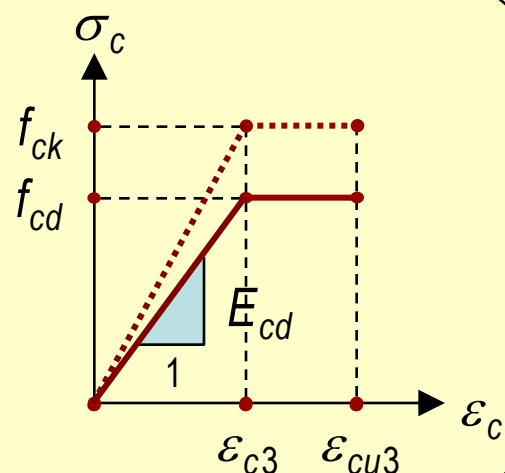


# Example 1: Load characteristic of a tensioned RC bar

## 1. Példa: Húzott vasbeton rúd teherbírás-görbéje

Beton:

**C30/37 – XC3 – 24 – „Képlékeny” – MSZ 4798-1: 2004**



$$f_{ck} = 30 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{cd} = \alpha_{cc} \cdot \frac{f_{ck}}{\gamma_c} = 1,0 \cdot \frac{30}{1,5} = 20 \text{ N/mm}^2$$

$$\varepsilon_{c3} = 1,75 \text{ ‰}$$

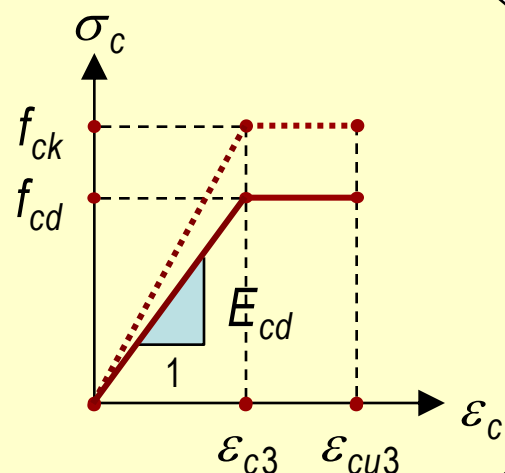
$$\varepsilon_{cu3} = 3,50 \text{ ‰}$$

# Example 1: Load characteristic of a tensioned RC bar

## 1. Példa: Húzott vasbeton rúd teherbírás-görbéje

Beton:

**C30/37 – XC3 – 24 – „Képlékeny” – MSZ 4798-1: 2004**



$$f_{ck} = 30 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{cd} = \alpha_{cc} \cdot \frac{f_{ck}}{\gamma_c} = 1,0 \cdot \frac{30}{1,5} = 20 \text{ N/mm}^2$$

$$\varepsilon_{c3} = 1,75 \text{ ‰}$$

$$\varepsilon_{cu3} = 3,50 \text{ ‰}$$

$$E_{cd} = \frac{f_{cd}}{\varepsilon_{c3}} = \frac{20}{1,75} \cdot 1000 = 11428 \text{ N/mm}^2$$

# Example 1: Load characteristic of a tensioned RC bar

## 1. Példa: Húzott vasbeton rúd teherbírás-görbéje

Betonacél:

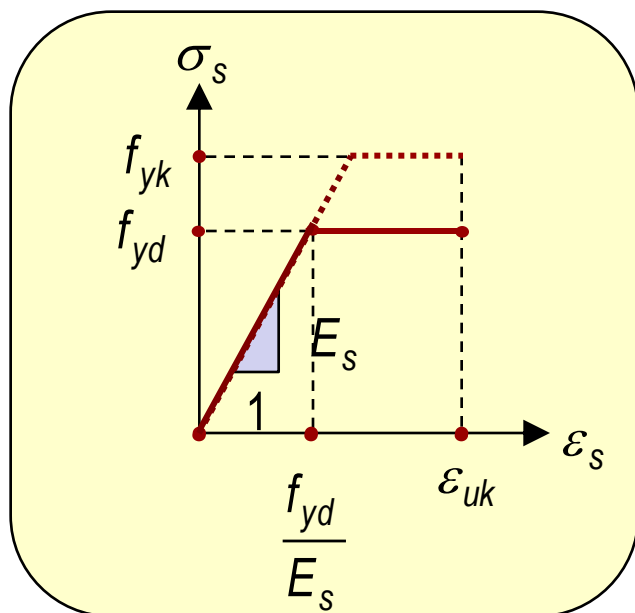
**B500A – MSZ EN 1992-1-1:2010**

# Example 1: Load characteristic of a tensioned RC bar

## 1. Példa: Húzott vasbeton rúd teherbírás-görbéje

Betonacél:

**B500A – MSZ EN 1992-1-1:2010**

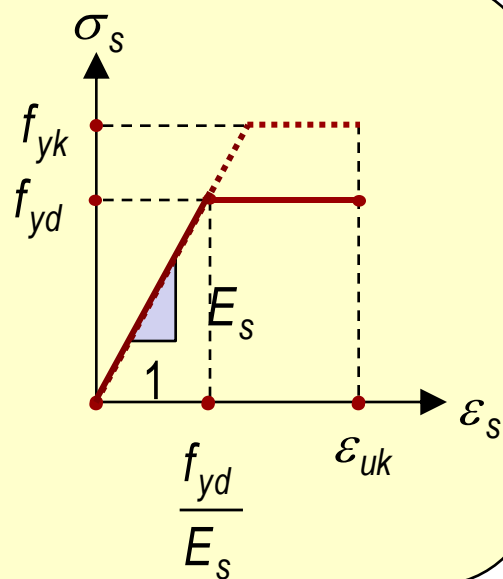


# Example 1: Load characteristic of a tensioned RC bar

## 1. Példa: Húzott vasbeton rúd teherbírás-görbéje

Betonacél:

**B500A – MSZ EN 1992-1-1:2010**



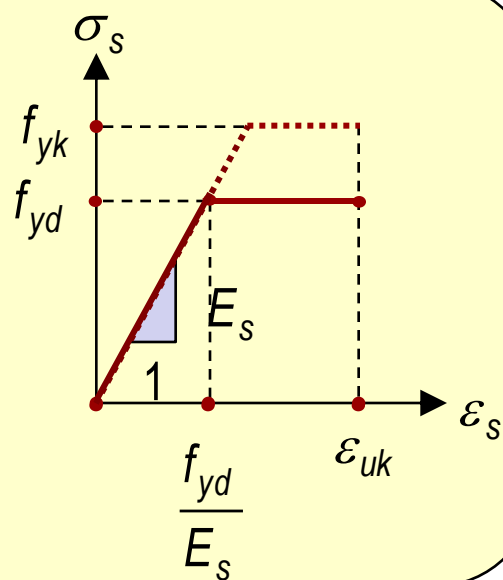
$$f_{yk} = 500 \text{ N/mm}^2$$

# Example 1: Load characteristic of a tensioned RC bar

## 1. Példa: Húzott vasbeton rúd teherbírás-görbéje

Betonacél:

**B500A – MSZ EN 1992-1-1:2010**



$$f_{yk} = 500 \text{ N/mm}^2$$

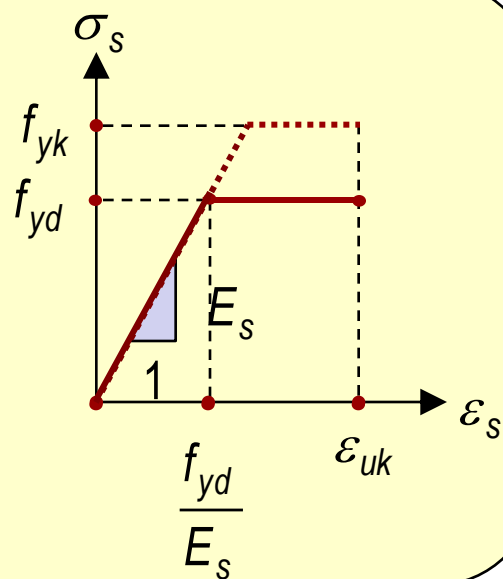
$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} = \frac{500}{1,15} = 435 \text{ N/mm}^2$$

# Example 1: Load characteristic of a tensioned RC bar

## 1. Példa: Húzott vasbeton rúd teherbírás-görbéje

Betonacél:

**B500A – MSZ EN 1992-1-1:2010**



$$f_{yk} = 500 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} = \frac{500}{1,15} = 435 \text{ N/mm}^2$$

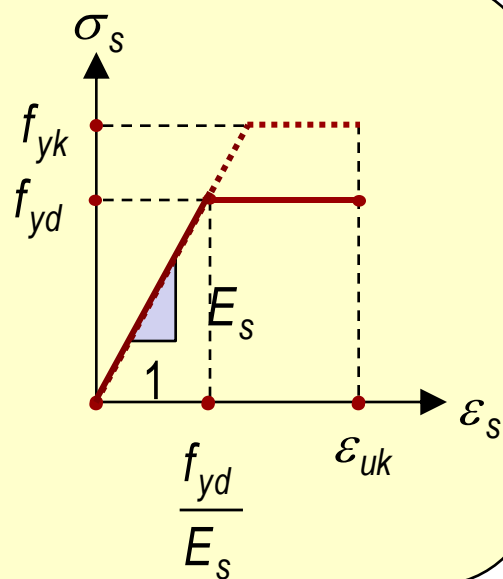
$$\frac{f_{yd}}{E_s} = \frac{435}{200000} \cdot 10000 = 2,175 \text{ ‰}$$

# Example 1: Load characteristic of a tensioned RC bar

## 1. Példa: Húzott vasbeton rúd teherbírás-görbéje

Betonacél:

**B500A – MSZ EN 1992-1-1:2010**



$$f_{yk} = 500 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} = \frac{500}{1,15} = 435 \text{ N/mm}^2$$

$$\frac{f_{yd}}{E_s} = \frac{435}{200000} \cdot 10000 = 2,175 \text{ ‰}$$

$$\varepsilon_{uk} = 25 \text{ ‰}$$



# Example 1: Load characteristic of a tensioned RC bar

## 1. Példa: Húzott vasbeton rúd teherbírás-görbéje

**1. PONT:** Erőfelvétel közvetlenül a repedés kialakulása előtt

$$A_l = A_{bruttó} + (\alpha - 1) \cdot A_s = A_{brutto} + \left( \frac{E_s}{E_{cd}} - 1 \right) \cdot A_s =$$

# Example 1: Load characteristic of a tensioned RC bar

## 1. Példa: Húzott vasbeton rúd teherbírás-görbéje

**1. PONT:** Erőfelvétel közvetlenül a repedés kialakulása előtt

$$A_l = A_{bruttó} + (\alpha - 1) \cdot A_s = A_{brutto} + \left( \frac{E_s}{E_{cd}} - 1 \right) \cdot A_s =$$

$$A_l = 150 \cdot 150 + \left( \frac{200000}{11428} - 1 \right) \cdot \frac{20^2 \cdot \pi}{4} = 22500 + (17,5 - 1) \cdot 314 = 27681 \text{mm}^2$$

# Example 1: Load characteristic of a tensioned RC bar

## 1. Példa: Húzott vasbeton rúd teherbírás-görbéje

**1. PONT:** Erőfelvétel közvetlenül a repedés kialakulása előtt

$$A_l = A_{bruttó} + (\alpha - 1) \cdot A_s = A_{brutto} + \left( \frac{E_s}{E_{cd}} - 1 \right) \cdot A_s =$$

$$A_l = 150 \cdot 150 + \left( \frac{200000}{11428} - 1 \right) \cdot \frac{20^2 \cdot \pi}{4} = 22500 + (17,5 - 1) \cdot 314 = 27681 \text{ mm}^2$$

$$\varepsilon_l = \frac{f_{ctd}}{E_{cd}} = \frac{1,33}{11428} \cdot 1000 = 0,116\text{‰}$$

# Example 1: Load characteristic of a tensioned RC bar

## 1. Példa: Húzott vasbeton rúd teherbírás-görbéje

**1. PONT:** Erőfelvétel közvetlenül a repedés kialakulása előtt

$$A_l = A_{bruttó} + (\alpha - 1) \cdot A_s = A_{brutto} + \left( \frac{E_s}{E_{cd}} - 1 \right) \cdot A_s =$$

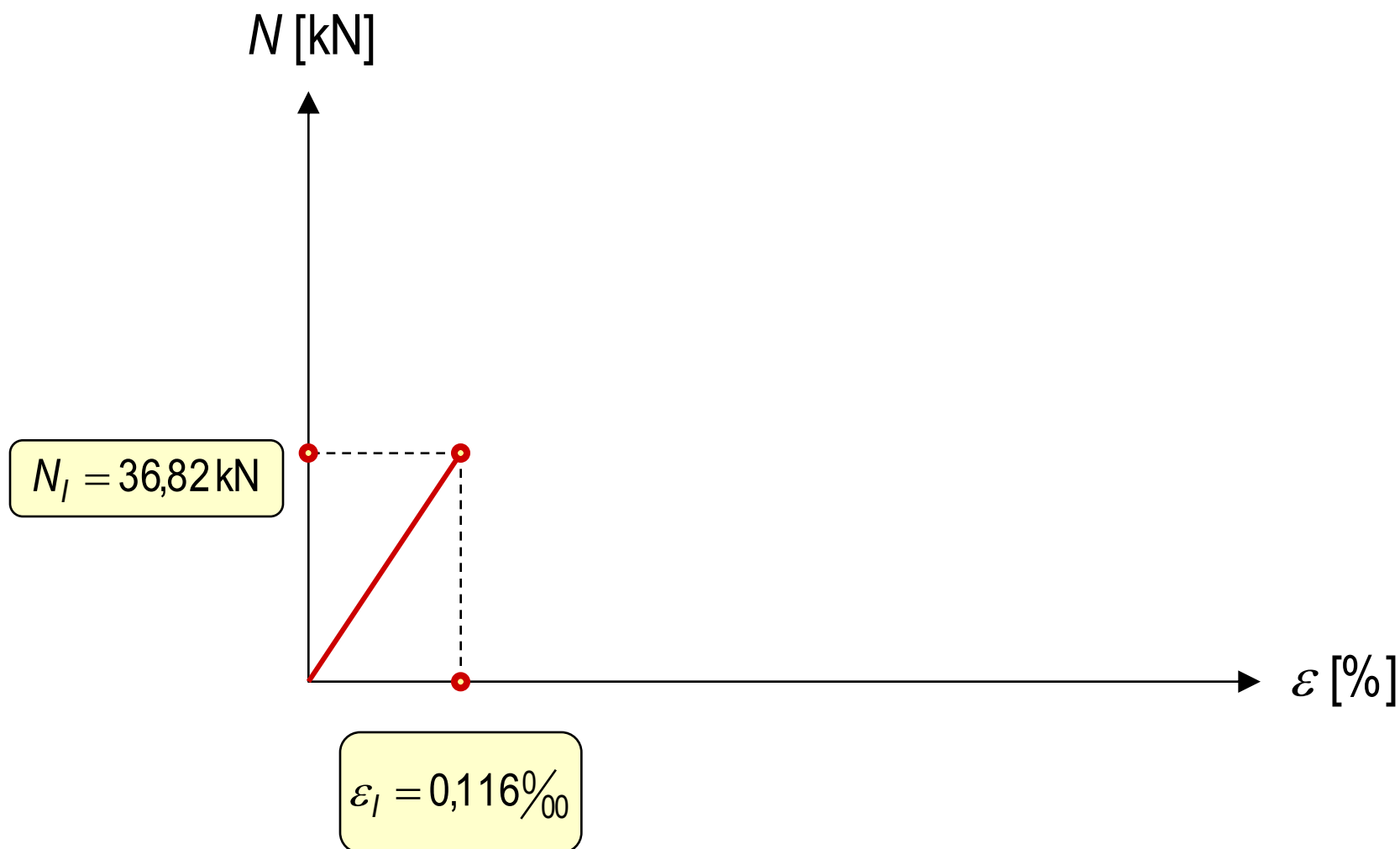
$$A_l = 150 \cdot 150 + \left( \frac{200000}{11428} - 1 \right) \cdot \frac{20^2 \cdot \pi}{4} = 22500 + (17,5 - 1) \cdot 314 = 27681 \text{ mm}^2$$

$$\varepsilon_l = \frac{f_{ctd}}{E_{cd}} = \frac{1,33}{11428} \cdot 1000 = 0,116\text{‰}$$

$$N_l = f_{ctd} \cdot A_l = 1,33 \cdot 27681 \cdot \frac{1}{1000} = 36,82 \text{ kN}$$

# Example 1: Load characteristic of a tensioned RC bar

## 1. Példa: Húzott vasbeton rúd teherbírás-görbéje



# Example 1: Load characteristic of a tensioned RC bar

## 1. Példa: Húzott vasbeton rúd teherbírás-görbéje

**2. PONT:** Erőfelvétel közvetlenül a repedés kialakulása után

$$N_{I-II} = N_I = 36,82 \text{ kN}$$

# Example 1: Load characteristic of a tensioned RC bar

## 1. Példa: Húzott vasbeton rúd teherbírás-görbéje

**2. PONT:** Erőfelvétel közvetlenül a repedés kialakulása után

$$N_{I-II} = N_I = 36,82 \text{ kN}$$

$$\sigma_{s,I-II} = \frac{N_{I-II}}{A_s} = \frac{36,82 \cdot 1000}{314} = 117,26 \text{ N/mm}^2$$

# Example 1: Load characteristic of a tensioned RC bar

## 1. Példa: Húzott vasbeton rúd teherbírás-görbéje

**2. PONT:** Erőfelvétel közvetlenül a repedés kialakulása után

$$N_{I-II} = N_I = 36,82 \text{ kN}$$

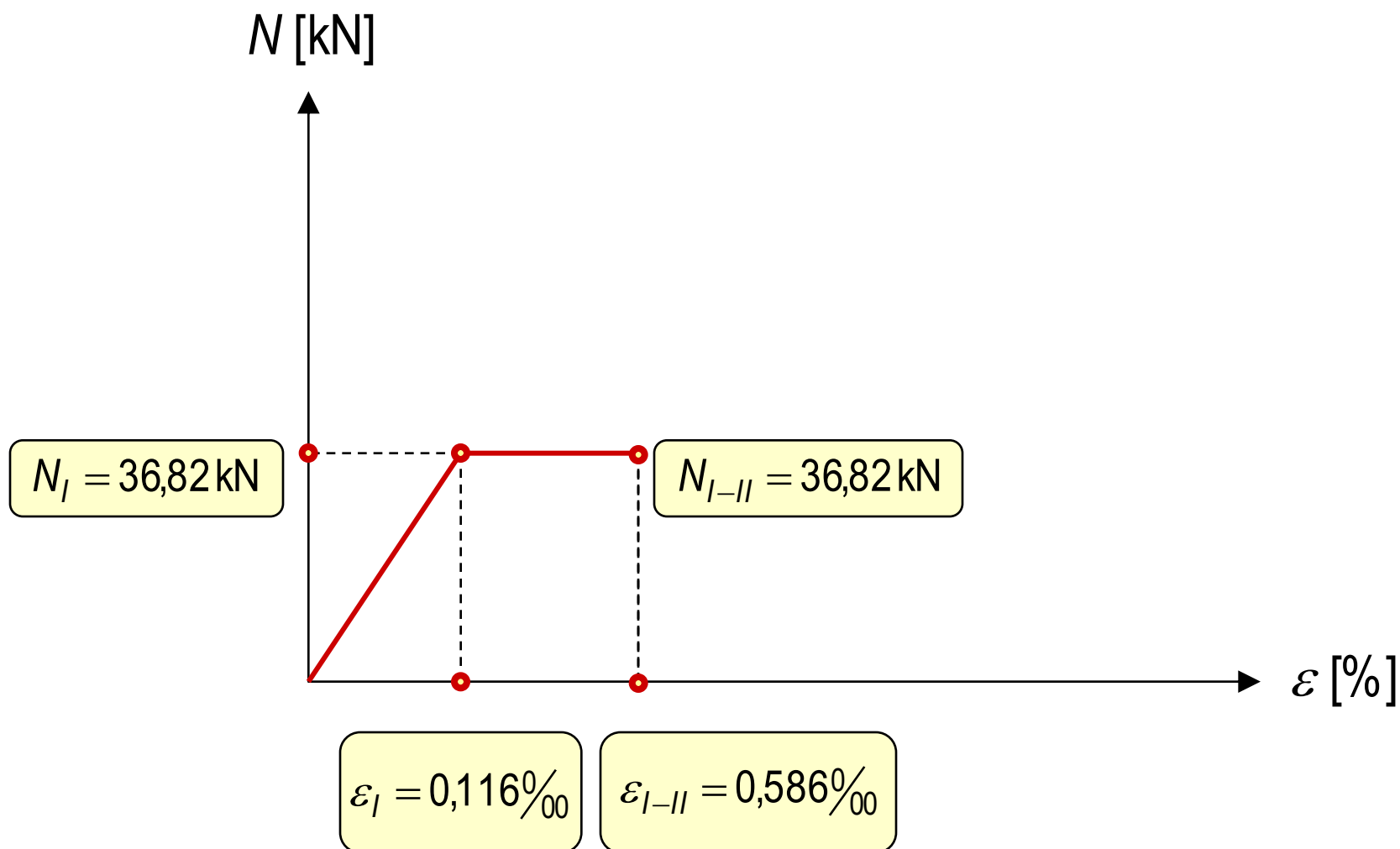
$$\sigma_{s,I-II} = \frac{N_{I-II}}{A_s} = \frac{36,82 \cdot 1000}{314} = 117,26 \text{ N/mm}^2$$

$$\varepsilon_{I-II} = \frac{\sigma_{s,I-II}}{E_s} = \frac{117,26}{200000} \cdot 1000 = 0,586\text{‰}$$



# Example 1: Load characteristic of a tensioned RC bar

## 1. Példa: Húzott vasbeton rúd teherbírás-görbéje



# Example 1: Load characteristic of a tensioned RC bar

## 1. Példa: Húzott vasbeton rúd teherbírás-görbéje

**3. PONT:** Erőfelvétel az acélbetétek megfolyásakor

$$N_{II} = f_{yd} \cdot A_s = 435 \cdot 314 \cdot \frac{1}{1000} = 136,59 \text{ kN}$$

# Example 1: Load characteristic of a tensioned RC bar

## 1. Példa: Húzott vasbeton rúd teherbírás-görbéje

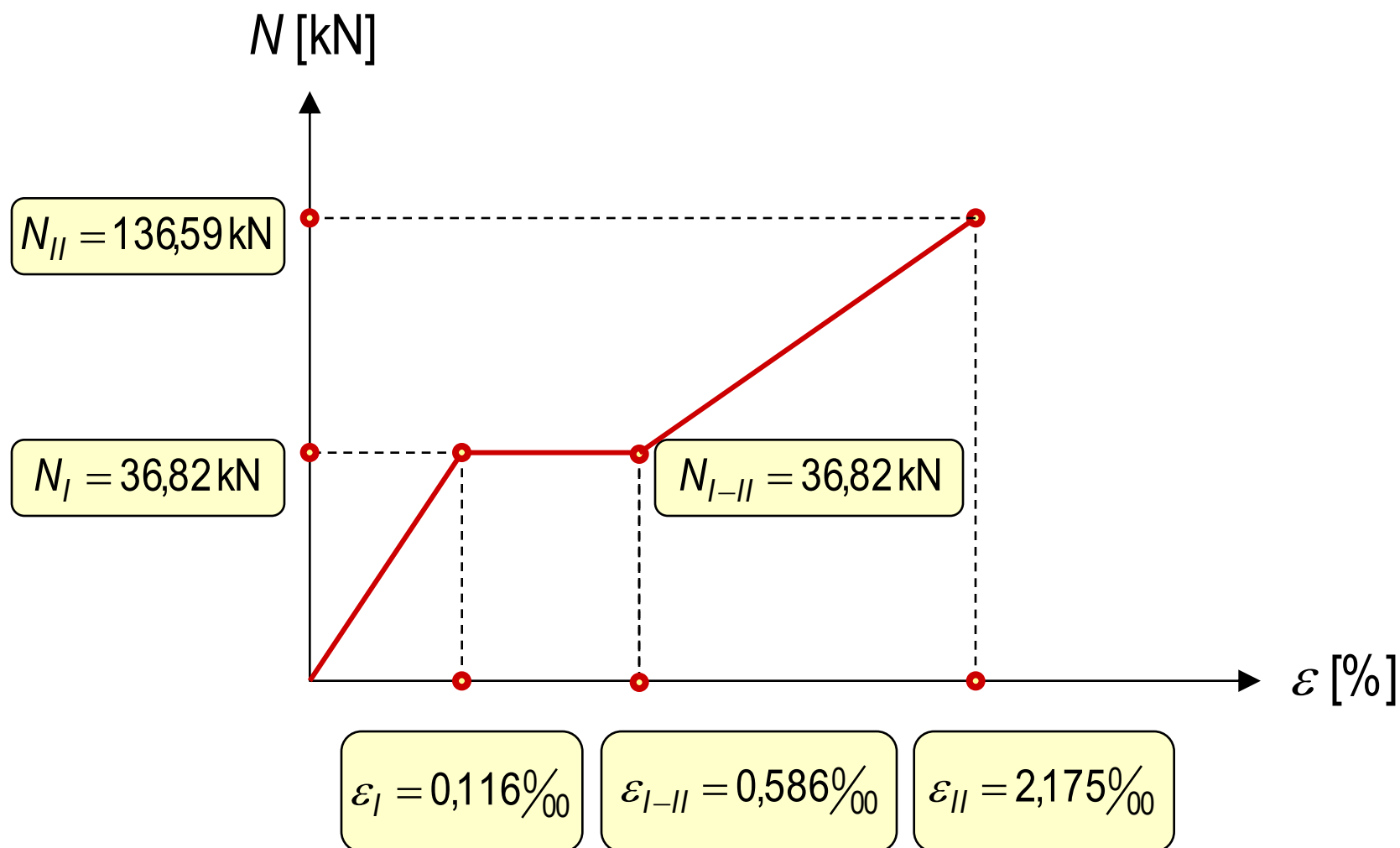
**3. PONT:** Erőfelvétel az acélbetétek megfolyásakor

$$N_{II} = f_{yd} \cdot A_s = 435 \cdot 314 \cdot \frac{1}{1000} = 136,59 \text{ kN}$$

$$\varepsilon_{II} = \frac{f_{yd}}{E_s} = \frac{435}{200000} \cdot 1000 = 2,175\text{‰}$$

# Example 1: Load characteristic of a tensioned RC bar

## 1. Példa: Húzott vasbeton rúd teherbírás-görbéje



# Example 1: Load characteristic of a tensioned RC bar

## 1. Példa: Húzott vasbeton rúd teherbírás-görbéje

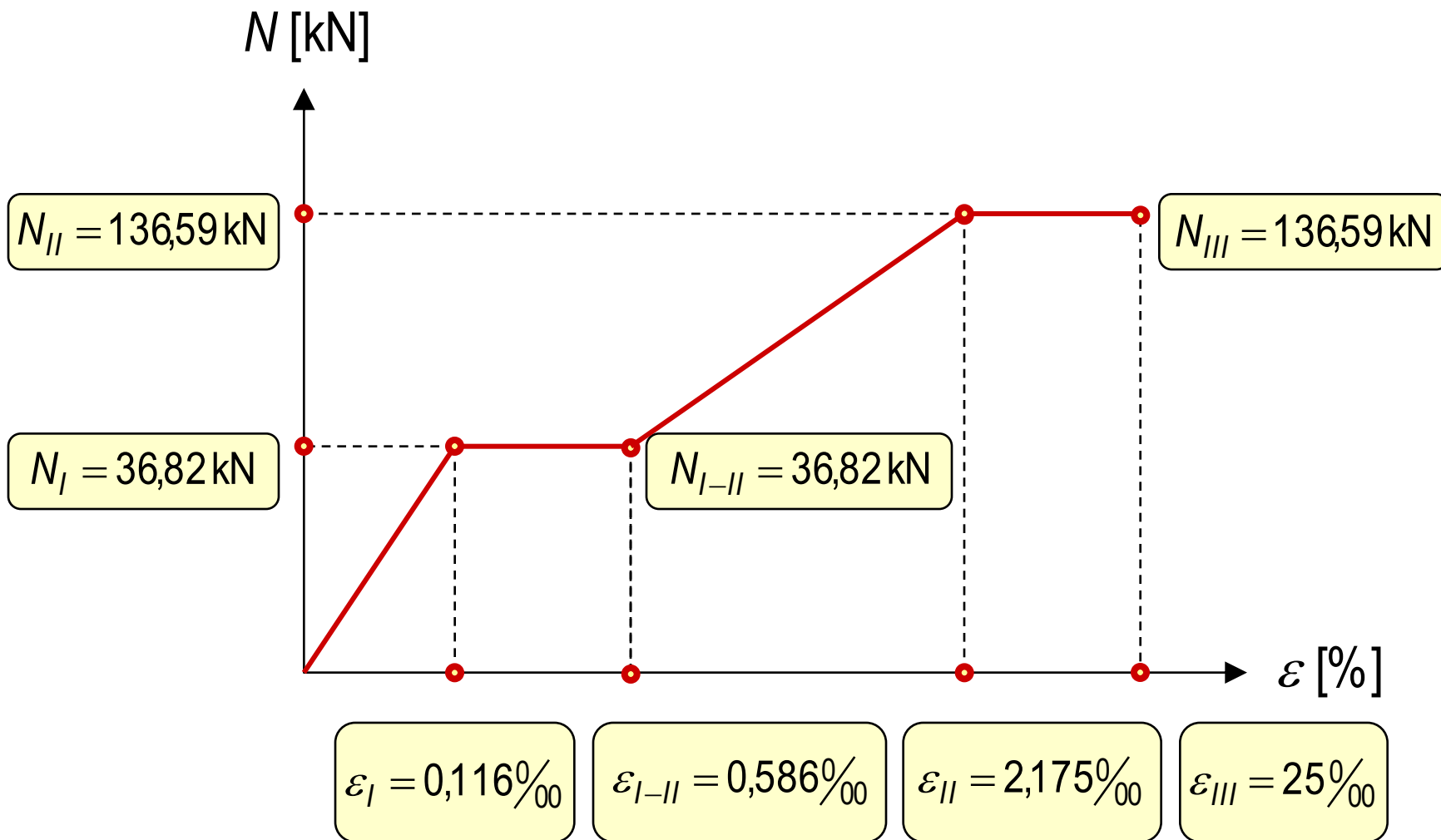
**4. PONT:** Erőfelvétel az acélbetétek elszakadásakor

$$\varepsilon_{III} = \varepsilon_{su} = 25\text{‰}$$

$$N_{III} = N_{II} = 136,59 \text{ kN}$$

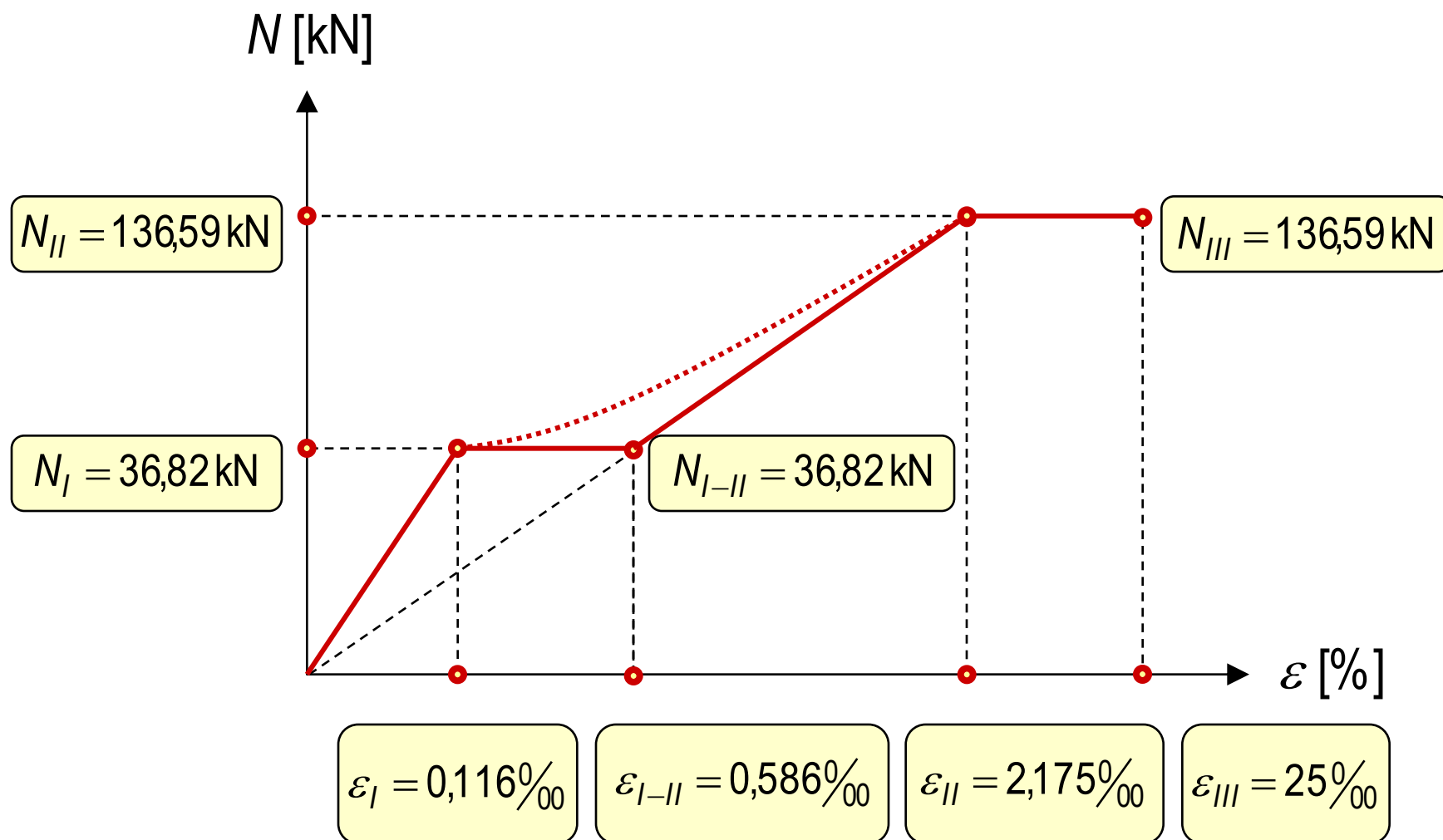
# Example 1: Load characteristic of a tensioned RC bar

## 1. Példa: Húzott vasbeton rúd teherbírás-görbéje



# Example 1: Load characteristic of a tensioned RC bar

## 1. Példa: Húzott vasbeton rúd teherbírás-görbéje



# Typical examples for RC beam cross-sections

## Jellemző vasbeton gerenda keresztmetszetek

**Négyszög keresztmetszet  
húzott acélbetétekkel**

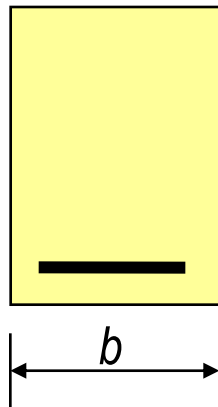




# Typical examples for RC beam cross-sections

## Jellemző vasbeton gerenda keresztmetszetek

**Négyszög keresztmetszet  
húzott acélbetétekkel**



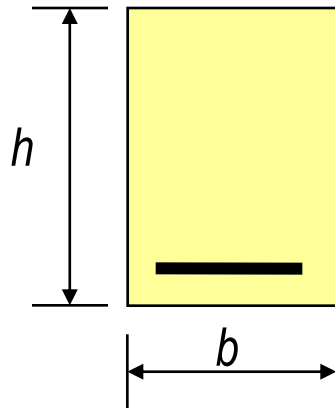
$b$  [mm]

a keresztmetszet szélessége

# Typical examples for RC beam cross-sections

## Jellemző vasbeton gerenda keresztmetszetek

**Négyszög keresztmetszet  
húzott acélbetétekkel**



$b$  [mm]

a keresztmetszet szélessége

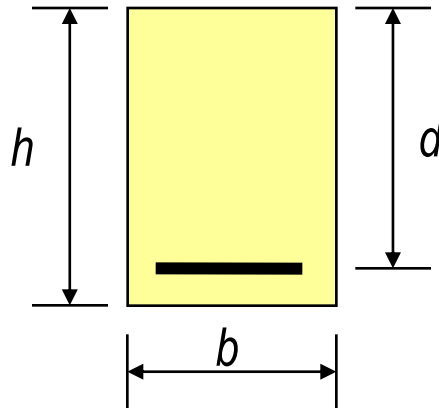
$h$  [mm]

a keresztmetszet magassága

# Typical examples for RC beam cross-sections

## Jellemző vasbeton gerenda keresztmetszetek

**Négyszög keresztmetszet  
húzott acélbetétekkel**

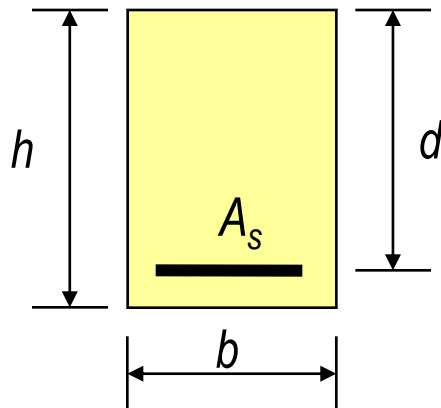


$b$ [mm]	a keresztmetszet szélessége
$h$ [mm]	a keresztmetszet magassága
$d$ [mm]	a húzott acélbetétek dolgozó magassága

# Typical examples for RC beam cross-sections

## Jellemző vasbeton gerenda keresztmetszetek

### Négyszög keresztmetszet húzott acélbetétekkel

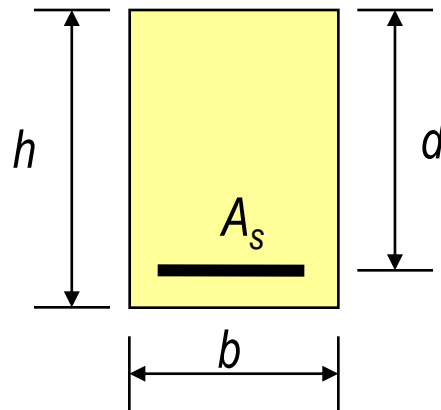


$b$ [mm]	a keresztmetszet szélessége
$h$ [mm]	a keresztmetszet magassága
$d$ [mm]	a húzott acélbetétek dolgozó magassága
$A_s$ [mm <sup>2</sup> ]	a húzott acélbetétek keresztmetszeti területe

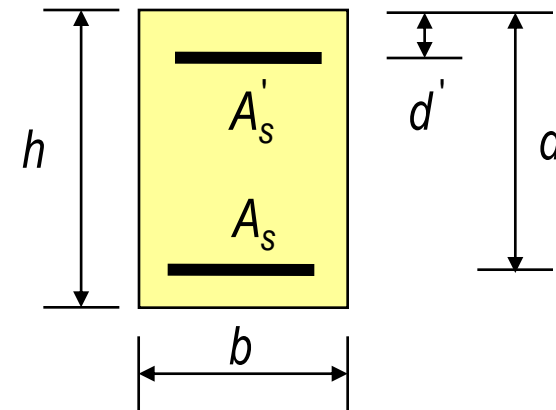
# Typical examples for RC beam cross-sections

## Jellemző vasbeton gerenda keresztmetszetek

**Négyszög keresztmetszet  
húzott acélbetétekkel**



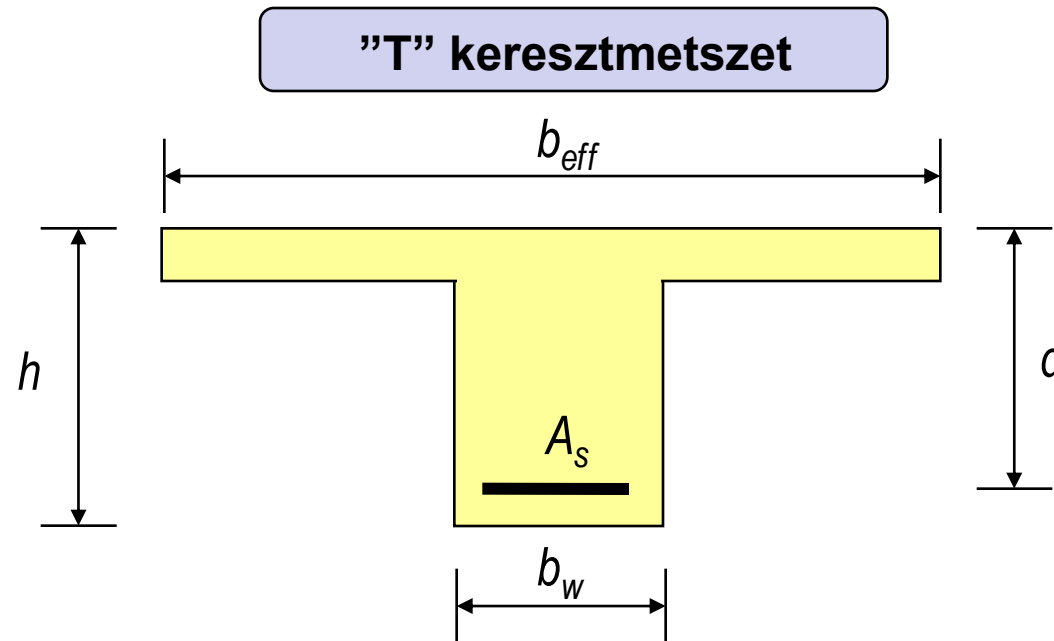
**Négyszög keresztmetszet  
húzott és nyomott acélbetétekkel**



$b$ [mm]	a keresztmetszet szélessége
$h$ [mm]	a keresztmetszet magassága
$d$ [mm]	a húzott acélbetétek dolgozó magassága
$A_s$ [mm <sup>2</sup> ]	a húzott acélbetétek keresztmetszeti területe
$d'$ [mm]	a nyomott acélbetétek dolgozó magassága
$A'_s$ [mm <sup>2</sup> ]	a nyomott acélbetétek keresztmetszeti területe

# Typical examples for RC beam cross-sections

## Jellemző vasbeton gerenda keresztmetszetek



$b_{eff}$  [mm] a fejlemez szélessége  
 $b_w$  [mm] a gerinc szélessége

# Reinforced Concrete Structures I.

# V.

## Vasbetonszerkezetek I.

- A beton és a betonacél kapcsolata -

## Köszönöm a figyelmet!



**Dr. Kovács Imre PhD**  
tanszékvezető  
főiskolai tanár

**E-mail:**  
[dr.kovacs.imre@gmail.com](mailto:dr.kovacs.imre@gmail.com)

**Mobil:**  
06-30-743-68-65

**Iroda:**  
06-52-415-155 / 77764

**WEB:**  
[www.epito.eng.unideb.hu](http://www.epito.eng.unideb.hu)